

# **MATEMÁTICAS II**

## **(Bachillerato de Ciencias)**

José María Martínez Mediano

[www.matematicasjmmm.com](http://www.matematicasjmmm.com)

## INDICE GENERAL

### ÁLGEBRA

#### Tema 1. Matrices

1. Definición de matriz.....	1
2. Algunos tipos de matrices .....	2
3. Operaciones con matrices: suma y producto por números.....	4
4. Multiplicación de matrices.....	5
5. Potencia de una matriz cuadrada.....	8
6. Algunas propiedades relacionadas con la matriz traspuesta.....	10
7. Álgebra de matrices (I) .....	11
8. Rango de una matriz .....	14
9. Inversa de una matriz: método directo; método de Gauss–Jordan.....	16
10. Álgebra de matrices (II).....	18
Problemas propuestos .....	21

#### Tema 2. Determinantes

1. Determinante de una matriz .....	27
2. Algunas propiedades de los determinantes .....	29
3. Cálculo práctico de determinantes .....	34
4. Ampliación de la definición de rango de una matriz.....	35
5. Cálculo de la inversa de una matriz usando determinantes.....	37
6. Algebra de matrices (III).....	38
Problemas propuestos .....	41

#### Tema 3. Sistemas de ecuaciones lineales

1. Sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas.....	47
2. Métodos de resolución (elementales).....	48
3. Sistemas lineales en general. Teorema de Rouché.....	51
4. Discusión de sistemas con uno o dos parámetros.....	54
5. Sistemas homogéneos .....	58
6. Problemas de sistemas .....	60
7. Ejercicios finales.....	63
Problemas propuestos .....	68

### GEOMETRÍA

#### Tema 4. Vectores en el espacio

1. Espacios vectoriales .....	75
2. Vectores .....	76
3. Dependencia e independencia lineal de vectores. Bases.....	78
4. Producto escalar de vectores .....	80
5. Producto vectorial de vectores .....	82
6. Producto mixto de vectores.....	84
7. Ejercicios finales.....	87
Problemas propuestos .....	89

#### Tema 5. Ecuaciones de rectas y planos en el espacio (Posiciones relativas)

1. Ecuaciones de una recta en el espacio.....	91
2. Ecuaciones de un plano .....	93
3. Posiciones relativas de planos en el espacio .....	98
4. Posiciones relativas de un plano y una recta .....	102
5. Posiciones relativas de dos rectas.....	106
6. Ejercicios finales.....	109
Problemas propuestos .....	110

#### Tema 6. Planos y rectas en el espacio. Problemas métricos

##### (Ángulos, paralelismo y perpendicularidad, simetrías, distancias...)

1. Ángulos entre rectas y planos en el espacio.....	117
2. Paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos en el espacio.....	119

3. Proyecciones en el espacio.....	125
4. Simetrías en el espacio .....	127
5. Distancias en el espacio .....	129
Problemas propuestos .....	134
<b>Apéndice: La esfera .....</b>	<b>141</b>

## ANÁLISIS

### **Tema 7.0. Repaso de números reales y de funciones**

1. El conjunto de los números reales.....	147
2. Funciones reales de variable real.....	150

### **Tema 7. Límites y continuidad de funciones**

1. Límite de una función en un punto.....	155
2. Cálculo práctico de límites.....	158
3. Indeterminaciones .....	159
4. Límite de una función cuando $x \rightarrow \infty$ . Resolución de indeterminaciones.....	162
5. Aplicación del cálculo de límites a la determinación de las asíntotas de una función .....	167
6. Continuidad de una función en un punto.....	169
7. Continuidad de una función en un intervalo y teoremas relacionados .....	172
Problemas propuestos .....	175

### **Tema 8. Derivadas. Teoremas de las funciones derivables. Regla de L'Hôpital**

1. Derivada de una función en un punto.....	181
2. Función derivada. Derivada de algunas funciones .....	183
3. Reglas de derivación para las operaciones con funciones.....	185
4. Fórmula de la función derivada de las funciones usuales .....	187
5. Idea de diferencial de una función .....	193
6. Derivación implícita.....	194
7. Propiedades de las funciones derivables. Teoremas de Rolle y del valor medio. ....	195
8. Aplicación al cálculo de límites. Regla de L'Hôpital .....	197
Problemas propuestos .....	201

### **Tema 9. Aplicaciones de las derivadas: Representación gráfica de funciones y Optimización**

1. Aplicaciones de la derivada primera para el estudio de una función: crecimiento y decrecimiento .....	209
2. Trazado de gráficas con ayuda de la derivada primera .....	210
3. Aplicaciones de la derivada segunda: concavidad, convexidad e inflexión; máximos y mínimos .....	211
4. Sugerencias para la representación gráfica de una función.....	214
5. Optimización de funciones. Problemas de optimización. ....	220
Problemas propuestos .....	223

### **Tema 10. La integral indefinida**

1. Concepto de integral indefinida. Propiedades.....	229
2. Relación de integrales inmediatas .....	232
3. Técnicas y métodos de integración .....	233
4. Integración de fracciones racionales .....	235
5. Integración por partes.....	240
6. Integración por cambio de variable.....	242
Problemas propuestos .....	246

### **Tema 11. La integral definida**

1. Integral definida: área bajo una curva .....	251
2. Propiedades de la integral definida. Teorema fundamental y regla de Barrow .....	255
3. Aplicación de la integral definida al cálculo de áreas de recintos planos.....	258
4. Aplicación de la integral definida al cálculo de volúmenes de sólidos de revolución .....	260
5. Otras aplicaciones de la integral definida.....	261
6. Área del círculo y volumen de la esfera .....	263
Problemas propuestos .....	264

## PROBABILIDAD

### Tema 12. Probabilidad

1. Experimentos aleatorios .....	269
2. Probabilidad: definiciones y propiedades.....	272
3. Algunos ejercicios de probabilidad relacionados con las propiedades vistas.....	274
4. Técnicas de recuento .....	276
5. Probabilidad condicionada.....	277
6. Probabilidad total y teorema de Bayes .....	279
7. Algunos ejercicios de probabilidad condicionada.....	280
8. Combinatoria.....	281
Problemas propuestos .....	283

### Tema 13. Distribuciones de probabilidad

1. Distribución de probabilidad.....	291
2. Distribución binomial .....	294
3. Algunos ejercicios de tipo binomial.....	296
4. Distribuciones de probabilidad continuas .....	297
5. Distribución de probabilidad normal.....	299
6. Aproximación de la binomial mediante una normal .....	304
7. Ejercicios finales .....	306
Áreas bajo la distribución de probabilidad normal estándar. ....	307
Problemas propuestos .....	308