

OPERACIONES CON POLINOMIOS: DIVISIÓN

Para dividir polinomios se utilizan las propiedades de la división de números y de la potenciación.

División de monomios

Se basa en las operaciones con potencias: $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$

Ejemplos:

a) $\frac{15x^4}{3x^2} = 5x^2$

b) $\frac{4x^3}{-2x^2} = -2x$

c) $\frac{3x^5}{4x^5} = \frac{3}{4}$

División de polinomios

Para dividir polinomios hay que escribirlos en orden decreciente; a continuación se hace el cociente entre los términos principales... Se recuerda el algoritmo con el siguiente ejemplo, siendo el dividendo $D(x) = 6x^4 - 19x^3 + 25x - 8$, y el divisor $d(x) = 2x^2 - x$.

$$\begin{array}{r}
 6x^4 - 19x^3 \quad + 25x - 8 \quad \Big| \quad 2x^2 - x \\
 \underline{-6x^4 + 3x^3} \quad 3x^2 - 8x - 4 \quad 6x^4 / 2x^2 = 3x^2 \\
 -16x^3 \quad + 16x^3 - 8x^2 \quad -16x^3 / 2x^2 = -8x \\
 + 25x - 8 \quad -8x^2 + 25x - 8 \quad -8x^2 / 2x^2 = -4 \\
 \underline{+ 8x^2 - 4x} \\
 21x - 8
 \end{array}$$

Observación:

La división de polinomios se emplea para poder expresar un cociente de polinomios (una fracción algebraica) en otra forma equivalente, si conviene. Esto se consigue aplicando la conocida regla de la división, que dice:

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto} \Leftrightarrow \frac{\text{Dividendo}}{\text{divisor}} = \text{cociente} + \frac{\text{resto}}{\text{divisor}}$$

En el caso de polinomios, puede escribirse:

$$D(x) = d(x) \cdot c(x) + r(x) \Leftrightarrow \frac{D(x)}{d(x)} = c(x) + \frac{r(x)}{d(x)}$$

La segunda igualdad se emplea con relativa frecuencia en Matemáticas.

Ejemplo:

La división entre $D(x) = 6x^4 - 19x^3 + 25x - 8$ y $d(x) = 2x^2 - x$ da de cociente $c(x) = 3x^2 - 8x - 4$, y de resto $r(x) = 21x - 8$; entonces:

$$(2x^2 - x) \cdot (3x^2 - 8x - 4) + (21x - 8) = 6x^4 - 19x^3 + 25x - 8$$

y también: $\frac{6x^4 - 19x^3 + 25x - 8}{2x^2 - x} = 3x^2 - 8x - 4 + \frac{21x - 8}{2x^2 - x}$

Pequeños retos

1. Divide los siguientes monomios:

a) $\frac{18x^2}{3x}$ b) $\frac{12x^4}{4x^2}$ c) $\frac{8x^2}{3x^2}$ d) $\frac{18x^5}{4x^2}$

2. Halla las siguientes divisiones de polinomios:

a) Dividendo: $D(x) = 8x^4 - 22x^2 + 27x - 18$; divisor: $d(x) = 2x^2 + x$.

b) $(x^4 + 5x^3 - 7x - 2) : (x^2 - 2x + 2)$.

c) $D(x) = 6x^4 - 19x^3 + 25x - 8$ entre $d(x) = x - 2$.

Soluciones:

1. a) $6x$. b) $3x^2$. c) $\frac{8}{3}$. d) $\frac{9x^3}{2}$.

2. a) $c(x) = 4x^2 - 2x - 10$; $r(x) = 37x - 18$. b) $c(x) = x^2 + 7x + 12$; $r(x) = 3x - 26$.

c) $c(x) = 6x^3 - 7x^2 - 14x - 3$; $r = -14$.