

## TEOREMAS DEL CATETO Y DE LA ALTURA

### Definición previa:

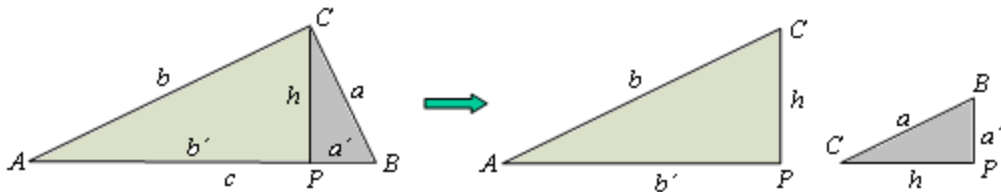
Dados dos números  $a$  y  $d$ , se dice que  $x$  es la media proporcional entre  $a$  y  $d$  cuando se cumple la igualdad  $\frac{a}{x} = \frac{x}{d}$  ( $\Leftrightarrow x^2 = a \cdot d \Leftrightarrow x = \sqrt{a \cdot d}$ ).

- La media proporcional de dos números también se llama media geométrica.

### Teorema de la altura

“En un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa es media proporcional entre la proyección de los catetos sobre ella”.

Esto es, para el triángulo  $ACB$ , con ángulo recto en  $C$ , se cumple que  $\frac{b'}{h} = \frac{h}{a'}$   $\rightarrow$  (para demostrarlo basta con comprobar que los triángulos  $ACP$  y  $CBP$  son semejantes: pueden ponerse en posición de Tales, como se indica a la derecha, donde se ha volcado el triángulo  $CBP$ ).



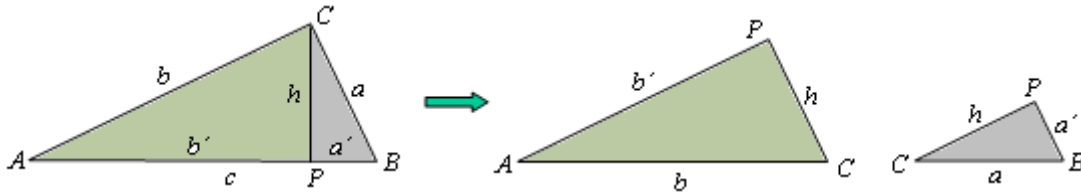
$\rightarrow$  Como los triángulos  $ACP$  y  $CBP$  son semejantes, entonces sus lados son proporcionales. Luego:

$$\frac{b}{a} = \frac{b'}{h} = \frac{h}{a'}$$

### Teorema del cateto

“En un triángulo rectángulo, un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y la proyección de dicho cateto sobre ella”.

Esto es, para el triángulo  $ACB$ , con ángulo recto en  $C$ , se cumple que  $\frac{c}{b} = \frac{b}{b'}$  y  $\frac{c}{a} = \frac{a}{a'}$   $\rightarrow$  (para demostrarlo basta con comprobar que los triángulos  $ACB$  y  $APC$  y  $CPB$  son semejantes: pueden ponerse en posición de Tales, como se indica a la derecha, en la que se han girado convenientemente los triángulos  $APC$  y  $CPB$ ).



$\rightarrow$  Como los triángulos  $ACB$  y  $APC$  son semejantes  $\Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{b}{b'} = \frac{a}{h}$ . En particular  $\frac{c}{b} = \frac{b}{b'}$ .

$\rightarrow$  Como los triángulos  $ACB$  y  $CPB$  son semejantes  $\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{b}{h} = \frac{a}{a'}$ . En particular  $\frac{c}{a} = \frac{a}{a'}$ .

### Pequeños retos

Los lados de un triángulo rectángulo miden  $a = 5$  cm,  $b = 12$  cm y  $c = 13$  cm. Utilizando los teorema del cateto y de la altura determina el valor de  $a'$ ,  $b'$  y  $h$ .

**Solución:**  $a' = \frac{25}{13}$  cm;  $b' = \frac{144}{13}$  cm;  $h = \frac{60}{13}$  cm.

