

TEOREMAS DEL CATETO Y DE LA ALTURA

Definición previa:

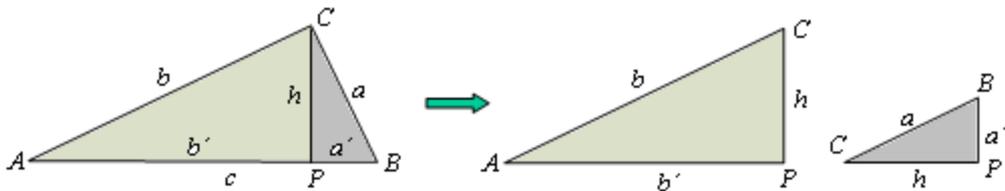
Dados dos números a y d , se dice que x es la media proporcional entre a y d cuando se cumple la igualdad $\frac{a}{x} = \frac{x}{d}$ ($\Leftrightarrow x^2 = a \cdot d \Leftrightarrow x = \sqrt{a \cdot d}$).

- La media proporcional de dos números también se llama media geométrica.

Teorema de la altura

“En un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa es media proporcional entre la proyección de los catetos sobre ella”.

Esto es, para el triángulo ACB , con ángulo recto en C , se cumple que $\frac{b'}{h} = \frac{h}{a'}$ \rightarrow (para demostrarlo basta con comprobar que los triángulos ACP y CBP son semejantes: pueden ponerse en posición de Tales, como se indica a la derecha, donde se ha volcado el triángulo CBP).



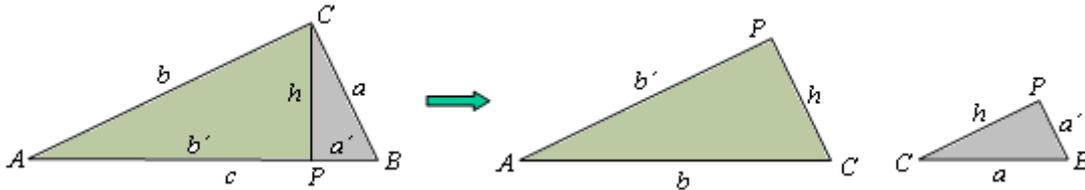
\rightarrow Como los triángulos ACP y CBP son semejantes, entonces sus lados son proporcionales. Luego:

$$\frac{b}{a} = \frac{b'}{h} = \frac{h}{a'}$$

Teorema del cateto

“En un triángulo rectángulo, un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y la proyección de dicho cateto sobre ella”.

Esto es, para el triángulo ACB , con ángulo recto en C , se cumple que $\frac{c}{b} = \frac{b}{b'}$ y $\frac{c}{a} = \frac{a}{a'}$ \rightarrow (para demostrarlo basta con comprobar que los triángulos ACB y APC y CPB son semejantes: pueden ponerse en posición de Tales, como se indica a la derecha, en la que se han girado convenientemente los triángulos APC y CPB).



\rightarrow Como los triángulos ACB y APC son semejantes $\Rightarrow \frac{c}{b} = \frac{b}{b'} = \frac{a}{h}$. En particular $\frac{c}{b} = \frac{b}{b'}$.

\rightarrow Como los triángulos ACB y CPB son semejantes $\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{b}{h} = \frac{a}{a'}$. En particular $\frac{c}{a} = \frac{a}{a'}$.

Pequeños retos

Los lados de un triángulo rectángulo miden $a = 5$ cm, $b = 12$ cm y $c = 13$ cm. Utilizando los teorema del cateto y de la altura determina el valor de a' , b' y h .

Solución: $a' = \frac{25}{13}$ cm; $b' = \frac{144}{13}$ cm; $h = \frac{60}{13}$ cm.

