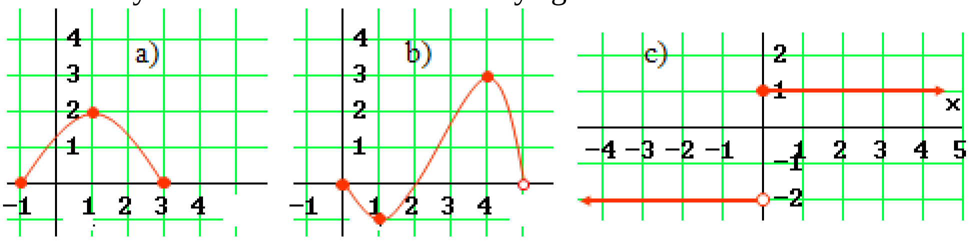
UAH. MATEMÁTICAS EMPRESARIALES I (ADE y CYF)

Funciones **HOJA 2.1**

1. Halla el dominio y recorrido de las funciones cuya gráfica se da a continuación:



2. Un automóvil nuevo cuesta 25000 €. ¿Cuál es la función que proporciona su valor en los siguientes supuestos?
a) Se deprecia mensualmente en 250 €. ¿Cuánto valdrá al cabo de 6 años?
b) Se deprecia anualmente en un 20% ¿Cuánto valdrá al cabo de 6 años?

3. Representa dando valores la función $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x < -1 \\ x^2 & -1 \le x < 2 \\ -x+3 & x \ge 2 \end{cases}$.

Indica el dominio correspondiente para cada una de las funciones que intervienen.
A la vista de su gráfica, indica los intervalos en los que la función es creciente y los puntos en los que no es continua.

4. El índice de audiencia (evaluado en una escala de 0 a 10) de cierto programa de televisión de 30 minutos de duración se comporta de acuerdo con la función:
$f(t) = at^2 + bt + c$, $\quad 0 \le t \le 30$, $\quad (a \ne 0)$, donde *a*, *b* y *c* son constantes a determinar.
Sabiendo que a los 20 minutos de comenzar el programa se alcanza el índice de audiencia 10 y que el programa se inicia con un índice de audiencia 6, determina las constantes *a*, *b* y *c*.
Representa la función obtenida.

5. Dadas $f(x) = x - 3$ y $g(x) = \dfrac{x}{x+1}$, halla, aplicando las funciones en el orden que se indican:
a) $f(g(0))$ b) $f(g(-2))$ c) $g(f(2))$ d) $g(f(1))$

6. Para las mismas funciones halla la fórmula de $f(g(x))$ y $g(f(x))$. Determina su dominio.

7. A partir de la gráfica de la función $f(x) = x - 2$, representa las siguientes funciones asociadas a ella: a) $-f(x)$ b) $f(-x)$ c) $|f(x)|$

8. Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las parábolas:
a) $y = x^2 - 5x$ b) $y = -2x^2 + 8x$ c) $y = x^2 - 5x - 6$ d) $y = -2x^2 + 8x - 9$

9. Representa gráficamente la función $f(x) = |4x - x^2|$. Da su expresión mediante una función definida a trozos.

10. El coste de producción, en euros, de x unidades de un determinado producto viene dado por la función $f(x)=30x+40\sqrt{x}+500$.
a) Halla el coste de producción de 1, 16 y 100 unidades.
b) Halla la función de coste medio. ¿Cuál es el coste medio para 1, 16 y 100 unidades?

11. Los ingresos y los costes, en euros, de una empresa vienen dados por las funciones $I(x)=50000x-4000x^2$ y $C(x)=100000+5000x$, donde x son miles de unidades producidas y vendidas; esto es, x = 1, significa 1.000 unidades.
Halla:
a) Los puntos de equilibrio: en donde la empresa ni gana ni pierde.
b) La función que da el beneficio y la región donde ese beneficio es positivo.

12. Determina el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=x^2-4x$ b) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-4x}$ c) $f(x)=\sqrt{x^2-4x}$ d) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x^2-4x}}$

e) $f(x)=\dfrac{x}{1+\cos x}$ f) $f(x)=\dfrac{x}{2+\cos x}$ g) $f(x)=e^{1/(x-1)}$ h) $f(x)=e^{x-1}$

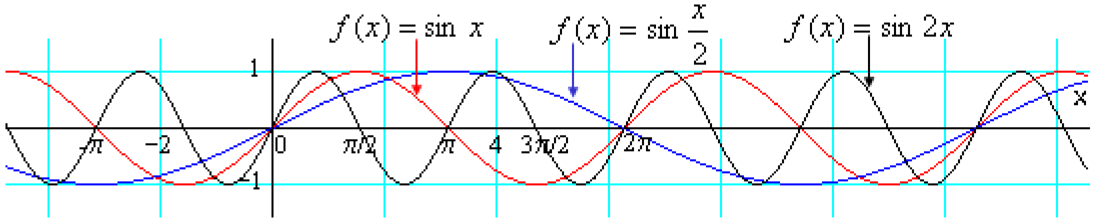
i) $f(x)=\ln(2x+6)$ j) $f(x)=\ln(x^2+6x)$

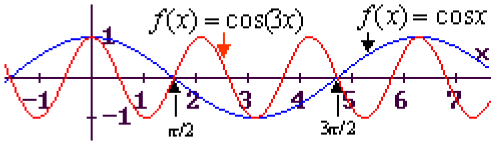
13. Representa dando valores las funciones:

a) $y=\dfrac{4}{x}$ b) $y=+\sqrt{x}$ c) $y=2^{-x}$ d) $y=\ln x$

14. La función $C(t)=C_0\left(1+\dfrac{r}{n}\right)^{nt}$ da el capital acumulado al cabo de t años, a una tasa de interés anual r (en tanto por uno), siendo n el número de periodos anuales de amortización y C_0 el capital inicial. Así, si los intereses se abonan semestralmente, $C(t)=C_0\left(1+\dfrac{r}{2}\right)^{2t}$. Si los intereses se abonan continuamente, $C(t)=C_0\cdot e^{rt}$.
Con esto, si un capital de 1000 € produce un 5% anual:
a) ¿Cuál será su valor dentro de 10 años si los intereses se abonan anualmente?
b) ¿Cuál será su valor dentro de 50 años si los intereses se abonan:
(1) anualmente, (2) semestralmente, (3) mensualmente, (4) continuamente.

15. Comprueba, dando algunos valores que las siguientes gráficas están bien representadas.





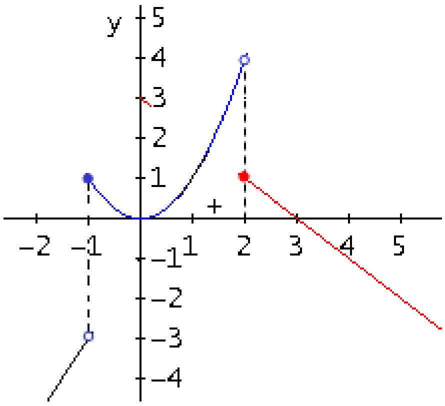
16. ¿En qué puntos se cortan las gráficas de las funciones seno y coseno?

Soluciones

1. a) Dom = [–1, 3]; Im = [0, 2]. b) [0, 5), [–1, 3]. c) **R,** {–2, 1}.

2. a) $f(x) = 25000 - 250x$, x = meses; $f(72) = 7000$ €.

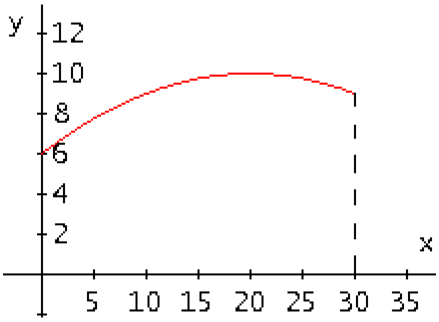
b) $p(t) = 25000\cdot(0{,}8)^t$, t = años; $p(6) = 6553{,}6$ €.



3. Dom: (–∞, –1), [–1, 2) y [2, +∞).

Crece: (–∞, –1) ∪ (0, 2). Discontinua: $x = -1$, $x = 2$.

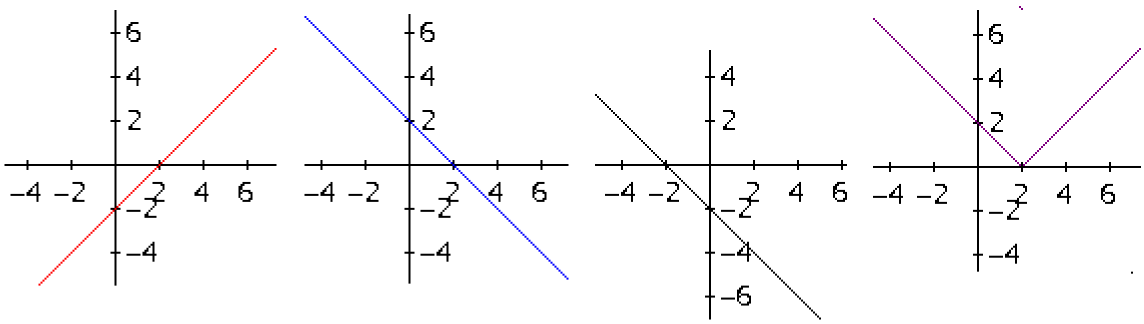
4. $f(t) = -0.01t^2 + 0{,}4t + 6$.



5. a) –3. b) –1. c) No def. d) 2.

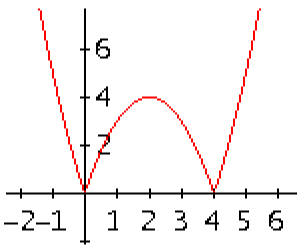
6. $f(g(x)) = \dfrac{-2x-3}{x+1}$; $g(f(x)) = \dfrac{x-3}{x-2}$.

7.



8. a) (0, 0) y (5, 0). b) (0, 0) y (4, 0). c) (–1, 0) y (6, 0). d) (0, -9).

9.



$$f(x) = \begin{cases} -4x + x^2 & x < 0 \\ 4x - x^2 & 0 \le x \le 4 \\ -4x + x^2 & x > 4 \end{cases}.$$

10. a) 570, 1140 y 3900 euros. b) $u(x) = 30 + 40/\sqrt{x} + 500/x$; 570, 71,25 y 39 euros.

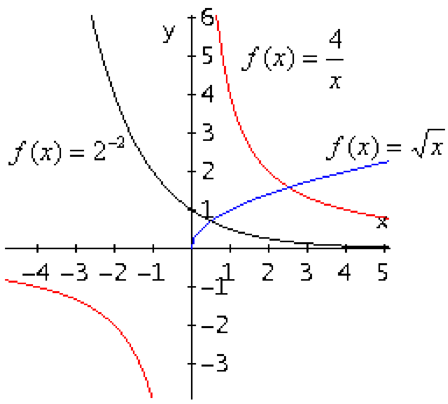
11. a) 3,05 y 8,2. b) $-4000x^2 + 45000x - 100000$; (3,05, 8,2).

12. a) **R**. b) **R** – {0, 4}. c) **R** – (0, 4).

d) [–1, 0) ∪ (4, +∞). e) **R** – {π + 2*k*π}. f) **R**.

g) **R** – {1}. h) **R**. i) (–3, +∞). j) (–∞, –6) ∪ (0, +∞).

13. Gráficas adjuntas. (ln *x* está en los apuntes teóricos).



14. a) 1629 €. b) (1) 11467 €, (2) 11814 €, (3) 12119 €, (4) 12182 €.

16. π/4 + *k*π