EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

Temas 4 y 5

1. (1 punto) Resuelve la inecuación $2x-2-\frac{2-3x}{5}\geq x+\frac{1}{2}$. Representa gráficamente el intervalo solución.

2. (1 punto) Resuelve la inecuación $\frac{2x-3}{x+2}>1$. Representa gráficamente el conjunto de soluciones.

3. (1 punto) Indica el intervalo solución de cada una de las inecuaciones siguientes:

a) $2^x\leq 4$ b) $\sqrt{x}<3$ c) $\log x>5$

4. a) (1,5 puntos) Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:

$$\begin{cases} x+2y\geq 20 \\ 5x+2y\geq 36 \end{cases}$$

Indica el vértice de la región de soluciones.

b) (0,5 puntos) De los puntos *P*(2, 11), *Q*(10, 7) y *R*(2, 5), indica los que no sean solución, explicando el porqué.

5. (1,5 puntos) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2\cdot 3^x-5\cdot 3^{x-1}=3$ (0,7 puntos) b) $\log(x+6)-2\cdot\log(x-3)=1$ (0,8 puntos)

6. (1 punto) Calcula el capital acumulado por 2400 euros durante 6 años a una tasa anual del 5 % a interés compuesto:

a) Anual (0,3 puntos) b) Trimestral (0,3 puntos) c) Mensual (0,4 puntos)

7. (1,5 puntos) La población de una determinada región crece anualmente a un ritmo del 2 %. Si actualmente tiene 750000 habitantes, ¿cuántos años han de pasar para que llegue a tener 1 millón?

8. (1 punto) Una motocicleta vale 3500 €. El vendedor facilita su adquisición a particulares financiando su compra a un tipo de interés nominal del 12 % y permite su pago en 24 cuotas mensuales (la primera mensualidad se paga justo un mes después de la adquisición de la moto). ¿A cuánto ascenderá la cuota mensual?

Dato: $a=\frac{D(1+r)^t\cdot r}{(1+r)^t-1}$.

Alcalá de Henares, 7 de diciembre de 2016.

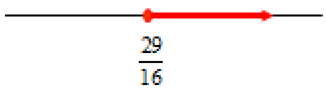
Soluciones

1. (1 punto) Resuelve la inecuación $2x-2-\frac{2-3x}{5}\geq x+\frac{1}{2}$. Representa gráficamente el intervalo solución.

Solución:

$$2x-2-\frac{2-3x}{5}\geq x+\frac{1}{2}\;\Rightarrow(\times 10)\rightarrow\;20x-20-2\cdot(2-3x)\geq 10x+5\Rightarrow 20x-10x+6x\geq 5+20+4\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;16x\geq 29\Rightarrow x\geq\frac{29}{16}.$$

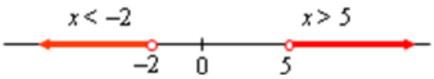


2. (1 punto) Resuelve la inecuación $\frac{2x-3}{x+2}>1$. Representa gráficamente el conjunto de soluciones.

Solución:

$$\frac{2x-3}{x+2}>1\;\Rightarrow\;\frac{2x-3}{x+2}-1>0\Rightarrow\frac{2x-3-x-2}{x+2}>0\Rightarrow\frac{x-5}{x+2}>0\Rightarrow\begin{cases}x-5>0 \text{ y } x+2>0\\ x-5<0 \text{ y } x+2<0\end{cases}\;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\;\begin{cases}x>5\Rightarrow x\in(5,\;+\infty)\\ x<-2\Rightarrow x\in(-\infty,\;-2)\end{cases}.$$



3. (1 punto) Indica el intervalo solución de cada una de las inecuaciones siguientes:

a) $2^x\leq 4$ b) $\sqrt{x}<3$ c) $\log x>5$

Solución:

Las tres son inmediatas.

a) $2^x\leq 4\;\Rightarrow x\leq 2$.

b) $\sqrt{x}<3\;\Rightarrow 0\leq x<9$.

c) $\log x>5\;\Rightarrow\;x>10^5$.

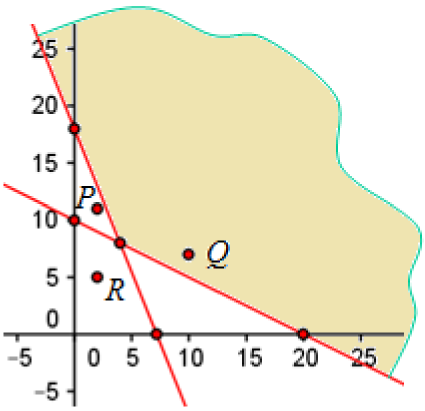
4. a) (1,5 puntos) Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:

$$\begin{cases}x+2y\geq 20\\ 5x+2y\geq 36\end{cases}$$

Indica el vértice de la región de soluciones.

b) (0,5 puntos) De los puntos $P(2, 11)$, $Q(10, 7)$ y $R(2, 5)$, indica los que no sean solución, explicando el porqué.

Solución:



a) Las inecuaciones $x+2y\leq 20$ y $5x+2y\geq 36$, determinan la región del plano sombreada en la figura adjunta. Se obtiene representando las rectas:

$$x+2y=20\;\Leftrightarrow\;y=-\frac{1}{2}x+10\;\rightarrow \text{puntos ((0, 10) y (20, 0).}$$

$$5x+2y=36\;\Leftrightarrow\;y=-\frac{5}{2}x+18\;\rightarrow \text{puntos ((0, 18) y (7,2, 0).}$$

El vértice es la solución del sistema:

$$\begin{cases}x+2y=20\\ 5x+2y=36\end{cases}\Rightarrow x=4;\;y=8.\text{ Punto (4, 8).}$$

b) El único punto que está en la región de soluciones es $Q(10, 7)$.
El punto $P(2, 11)$ cumple solo la segunda restricción; mientras que $R(2, 5)$ no cumple ninguna de las dos.

5. (1,5 puntos) Resuelve las siguientes ecuaciones:
a) $2\cdot 3^x - 5\cdot 3^{x-1} = 3$ (0,7 puntos) b) $\log(x+6) - 2\cdot\log(x-3) = 1$ (0,8 puntos)
Solución:
a) $2\cdot 3^x - 5\cdot 3^{x-1} = 3 \Leftrightarrow 2\cdot 3^x - \frac{5}{3}\cdot 3^x = 3 \Rightarrow \left(2-\frac{5}{3}\right)3^x = 3 \Rightarrow \frac{1}{3}\cdot 3^x = 3 \Rightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$..

b) $\log(x+6) - 2\cdot\log(x-3) = 1 \Leftrightarrow \log\frac{x+6}{(x-3)^2} = 1 \Rightarrow \frac{x+6}{(x-3)^2} = 10 \Rightarrow x+6 = 10(x-3)^2 \Rightarrow$

$10x^2 - 61x + 84 = 0 \Rightarrow x = \frac{61 \pm \sqrt{61^2 - 4\cdot 10\cdot 84}}{20} = \frac{61\pm 19}{20} = \begin{cases} 4 \\ 2,1 \end{cases}$.

La solución $x = 2,1$ no es válida.

6. (1 punto) Calcula el capital acumulado por 2400 euros durante 6 años a una tasa anual del 5 % a interés compuesto:
b) Anual (0,3 puntos) b) Trimestral (0,3 puntos) c) Mensual (0,4 puntos)
Solución:
La fórmula adecuada es $C = C_0\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$, siendo: C_0 el capital inicial; $r = \frac{5}{100} = 0,05$; n = número de periodos anuales; t = número de años.

a) $C = 2400(1+0,05)^6 = 3216,23$ €.

b) $C = 2400\left(1+\frac{0,05}{4}\right)^{4\cdot 6} = 3233,64$.

c) $C = 2400\left(1+\frac{0,05}{12}\right)^{12\cdot 6} = 3237,64$.

7. (1,5 puntos) La población de una determinada región crece anualmente a un ritmo del 2 %. Si actualmente tiene 750000 habitantes, ¿cuántos años han de pasar para que llegue a tener 1 millón?
Solución:
Conviene utilizar la fórmula $P = P_0\cdot e^{rt}$, siendo: P_0 la población inicial; $r = \frac{2}{100} = 0,02$; t = número de años.

$$1000000 = 750000e^{0,02t} \Rightarrow \frac{4}{3} = e^{0,02t} \Rightarrow \ln\frac{4}{3} = \ln e^{0,02t} \Rightarrow \ln\frac{4}{3} = 0,02t \Rightarrow t = \frac{0,287682}{0,02} = 14,38$$

Deben pasar 14,38 años.

→ Si se utiliza el modelo $P = P_0(1+r)^t$, que da resultados aceptables, se obtiene:

$$1000000 = 750000(1+0,02)^t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}=1,02^{t} \Rightarrow \log\frac{4}{3}=\log 1,02^{t} \Rightarrow \log\frac{4}{3}=t\cdot\log 1,02 \Rightarrow t=\frac{0,12493...}{0,0086...}=14,527... \text{ años.}$$

8. (1 punto) Una motocicleta vale 3500 €. El vendedor facilita su adquisición a particulares financiando su compra a un tipo de interés nominal del 12 % y permite su pago en 24 cuotas mensuales (la primera mensualidad se paga justo un mes después de la adquisición de la moto). ¿A cuánto ascenderá la cuota mensual?

Dato: $a=\dfrac{D(1+r)^{t}\cdot r}{(1+r)^{t}-1}$.

Solución:

Como la amortización es mensual, en la fórmula dada, $r=\dfrac{0,12}{12}=0,01$; t = 2 años = 24 meses.

Por tanto, la amortización mensual será de:

$$a=\frac{3500(1+0,01)^{24}\cdot 0,01}{(1+0,01)^{24}-1}=164,76\ €$$

Alcalá de Henares, 7 de diciembre de 2016.