

EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

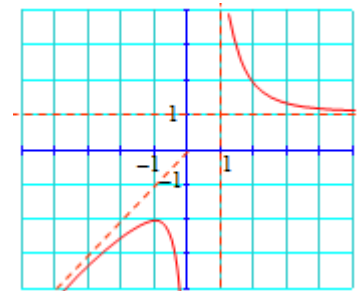
Temas 6 y 7

1. (0,8 puntos). Halla el dominio de definición de las funciones:

a) $f(x) = \frac{x-2}{x^2+3x}$ b) $f(x) = \sqrt{16-2x}$

2. (1,2 puntos) Para la función representada en la figura adjunta, determina:

- Su dominio y recorrido.
- La ecuación de sus asíntotas.
- Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Sus máximos y mínimos, indicando las coordenadas de dichos puntos.



3. (1,5 puntos) Dadas $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = \frac{1}{x-3}$, halla:

- $f(g(2))$ y $g(f(-1))$.
- El dominio de $f(g(x))$.
- La función inversa de $g(x)$.

4. (2 puntos) Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} -x-3, & \text{si } x < -2 \\ -x^2+3 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ -2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

Indica su máximo y mínimo relativos, si los tiene.

5. (1,5 puntos) Las funciones de oferta y demanda de un determinado producto son:

Oferta: $f_o(p) = -5 + 2p$; Demanda: $f_d(p) = 210 - 0,4p^2$,

donde p viene dado en euros, f en miles de unidades.

Halla:

- Las cantidades de oferta y demanda a un precio de 8 €
- El precio y la cantidad de equilibrio para ese producto.

6. (1,5 puntos) De un fenómeno se tiene la información dada en la siguiente tabla:

Variable x	1	4	5	8	9
Variable y	4	c	6	5	d

Calcula mediante interpolación lineal a trozos los valores de c y d .

7. (1,5 puntos) Escribe como función definida a trozos la función $f(x) = 2x - 1 + \frac{x}{|x|}$.

Alcalá de Henares, 10 de febrero de 2016.

JoséMMM

EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

Temas 6 y 7

1. (0,8 puntos). Halla el dominio de definición de las funciones:

a) $f(x) = \frac{x-2}{x^2+3x}$ b) $f(x) = \sqrt{16-2x}$

Solución:

a) $f(x) = \frac{x-2}{x^2+3x}$ está definida siempre que el denominador sea distinto de 0.

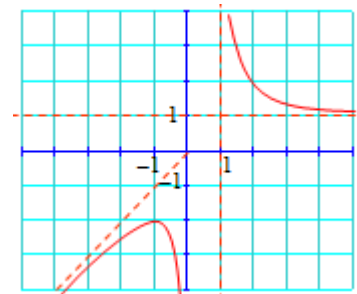
$$x^2+3x=0 \Rightarrow x=-3, x=0 \rightarrow \text{Por tanto } \text{Dom}(f) = \mathbf{R} - \{-3, 0\}.$$

Recorrido: $\text{Im}(f) = \mathbf{R} - (-2, 1)$.

b) $f(x) = \sqrt{16-2x}$ está definida siempre que $16-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 8$.

2. (1,2 puntos) Para la función representada en la figura adjunta, determina:

- Su dominio y recorrido.
- La ecuación de sus asíntotas.
- Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Sus máximos y mínimos, indicando las coordenadas de dichos puntos.



Solución:

- Dominio: $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$.
- Verticales: $x=0$ y $x=1$. Horizontal: $y=1$. Oblicua: $y=x$.
- Crecimiento: $x \in (-\infty, -1)$. Decrecimiento: $x \in (-1, 0) \cup (1, +\infty)$.
- Tiene un máximo en el punto $(-1, -2)$.

3. (1,5 puntos) Dadas $f(x) = x^2 - 2x$ y $g(x) = \frac{1}{x-3}$, halla:

- $f(g(2))$ y $g(f(-1))$.
- El dominio de $f(g(x))$.
- La función inversa de $g(x)$.

Solución:

a) $f(g(2)) = f(-1) = 1 + 2 = 3$. $g(f(-1)) = g(3) = \frac{1}{0} \rightarrow$ no está definido.

b) $f(g(x)) = (g(x))^2 - 2g(x) = \frac{1}{(x-3)^2} - 2 \cdot \frac{1}{x-3} = \frac{5-2x}{(x-3)^2} \rightarrow$ Su dominio es $\mathbf{R} - \{3\}$.

c) Si y es la inversa de $g \Rightarrow g(y) = x \Rightarrow \frac{1}{y-3} = x \Rightarrow \frac{1}{x} = y-3 \Rightarrow y = \frac{1}{x} + 3$.

4. (2 puntos) Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} -x-3, & \text{si } x < -2 \\ -x^2+3 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ -2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.

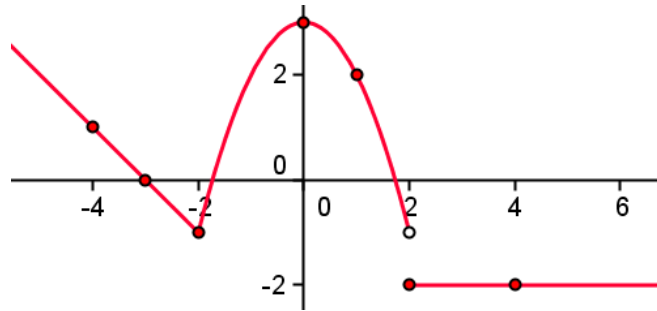
Indica su máximo y mínimo relativos, si los tiene.

Solución:

Dando algunos valores:

$(-4, 1)$; $(-3, 0)$; $(-2, -1)$; $(0, 3)$; $(1, 2)$; $(2, -2)$ $(4, -2)$

Se obtiene la gráfica siguiente.



El máximo relativo se da en $(0, 3)$; el mínimo, en $(-2, -1)$.

5. (1,5 puntos) Las funciones de oferta y demanda de un determinado producto son:

$$\text{Oferta: } f_o(p) = -5 + 2p; \text{ Demanda: } f_d(p) = 210 - 0,4p^2,$$

donde p viene dado en euros f en miles de unidades.

Halla:

- Las cantidades de oferta y demanda a un precio de 8 €
- El precio y la cantidad de equilibrio para ese producto.

Solución:

- a) Si $p = 8 \Rightarrow f_o(8) = -5 + 16 = 11 \rightarrow 11000$ unidades.

$$f_d(8) = 210 - 0,4 \cdot 64 = 184,4 \rightarrow 184400 \text{ unidades.}$$

- b) Igualando la oferta y la demanda:

$$-5 + 2p = 210 - 0,4p^2 \Rightarrow 0,4p^2 + 2p - 215 = 0 \Rightarrow p = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 0,4 \cdot 215}}{2 \cdot 0,4} = 20,82 \text{ euros.}$$

La solución negativa no tiene sentido.

A ese precio, las cantidades de oferta y demanda son de 36637 unidades.

6. (1,5 puntos) De un fenómeno se tiene la información dada en la siguiente tabla:

Variable x	1	4	5	8	9
Variable y	4	c	6	5	d

Calcula mediante interpolación lineal a trozos los valores de c y d .

Solución:

- a) Cálculo de c . Se interpola entre los valores 1 y 5 de x :

Si a un incremento de 4 unidades $(5 - 1 = 4) \rightarrow$ un incremento de 2 \Rightarrow a 3 $\rightarrow 1,5$.

El valor correspondiente a 4 debe ser $4 + 1,5 = 5,5$. Esto es, $c = 5,5$.

Cálculo de d . Se extrapola desde los valores 5 y 8 de x :

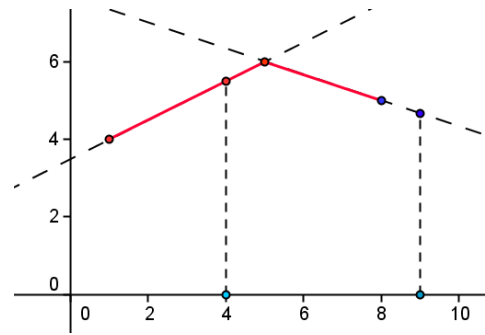
Si a un incremento de 3 unidades ($8 - 5 = 3$) \rightarrow un incremento de $-1 \Rightarrow$ a $1 \rightarrow -1/3$.

El valor correspondiente a 9 debe ser $5 - 1/3 = 14/3$. Esto es, $d = 14/3$.

Si se prefiere determinar las rectas, sus ecuaciones son:

$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$, para el primer trozo; e $y = -\frac{1}{3}x + \frac{23}{3}$ para el

segundo.



7. (1,5 puntos) Escribe como función definida a trozos la función $f(x) = 2x - 1 + \frac{x}{|x|}$.

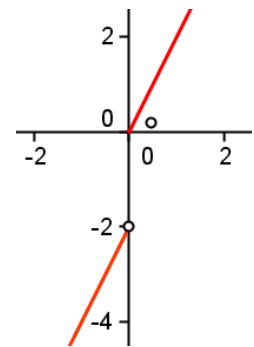
Solución:

La función cambia en $x = 0$.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 - 1 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 1 + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & \text{si } x < 0 \\ 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}.$$

Observa que $\frac{x}{|x|} = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ +1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

Su gráfica es la adjunta.



Alcalá de Henares, 10 de febrero de 2016.

JoséMMM