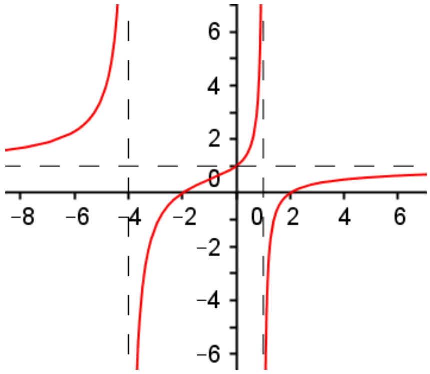
EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

Temas 6 y 7

1. (1 punto). Halla el dominio de definición de las funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+3x-4}$ b) $f(x)=\sqrt{3x+9}$

2. (1,2 puntos). Para la función representada en la figura adjunta, determina:



a) Su dominio y recorrido.
b) La ecuación de sus asíntotas.
c) Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
d) Sus máximos y mínimos, si los tiene, indicando las coordenadas de dichos puntos.

3. (1,5 puntos). Dibuja una función que cumpla las siguientes condiciones:
1) Está definida para todo número real.
2) Es simétrica respecto del origen de coordenadas.
3) Tiene un máximo absoluto en el punto (1, 2); otro de sus puntos es (3, 1,2).
4) Tiene el eje de abscisas como asíntota horizontal.
Da, al menos, tres puntos más de su gráfica; indica también su recorrido.

4. (1,5 puntos). a) Halla la función inversa de $f(x)=-2x+3$.

b) Comprueba que $f\left(f^{-1}(4)\right)=4$. ¿Cuánto vale $f^{-1}\left(f(5)\right)$?

5. (1,5 puntos) Expresa como una función definida a trozos la función $f(x)=|x+1|$. Haz su gráfica.

6. (1,5 puntos) Las funciones de oferta y demanda de un determinado producto son:

Oferta: $f_o(p)=-70+2p$; Demanda: $f_d(p)=200-p$,

donde p viene dado en euros, f en unidades.
Halla:
a) ¿Qué oferta se da a un precio de 120 euros? ¿A partir de qué precio no hay demanda?
b) El precio y la cantidad de equilibrio para ese producto.

7. (1,8 puntos) Halla, por interpolación cuadrática, el valor de *d*.

Variable *x*	1	2	3	4
Variable *y*	7	9	*d*	10

Alcalá de Henares, 2 de febrero de 2017.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

Temas 6 y 7 (SOLUCIONES)

1. (1 punto). Halla el dominio de definición de las funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+3x-4}$ b) $f(x)=\sqrt{3x+9}$

Solución:

a) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2+3x-4}$ está definida siempre que el denominador sea distinto de 0.

$x^2+3x-4=0 \Rightarrow x=-4,\ x=1$ → Por tanto Dom(*f*) = **R** – {–4, 1}.

b) $f(x)=\sqrt{3x+9}$ está definida siempre que $3x+9\ge 0 \Rightarrow x\ge -3$.

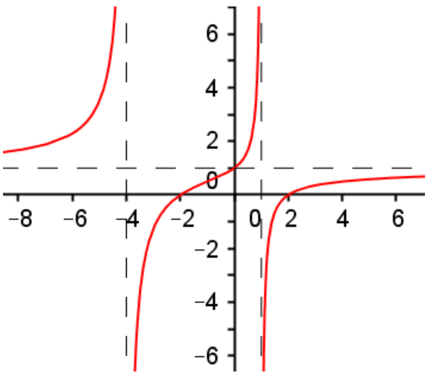
2. (1,2 puntos). Para la función representada en la figura adjunta, determina:

a) Su dominio y recorrido.

b) La ecuación de sus asíntotas.

c) Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Sus máximos y mínimos, si los tiene, indicando las coordenadas de dichos puntos.



Solución:

a) Dominio: (–∞, –4) ∪ (–4, 1) ∪ (1, +∞) → **R** – {–4, 1}.

b) Asíntotas:

Verticales: $x=-4$ y $x=1$. Horizontal: $y=1$.

c) La función es creciente en todo su dominio. Esto es, para todo *x* ∈ (–∞, –4) ∪ (–4, 1) ∪ (1, +∞).

d) No tiene máximos ni mínimos.

3. (1,5 puntos). Dibuja una función que cumpla las siguientes condiciones:

1) Está definida para todo número real.

2) Es simétrica respecto del origen de coordenadas.

3) Tiene un máximo absoluto en el punto (1, 2); otro de sus puntos es (3, 1,2).

4) Tiene el eje de abscisas como asíntota horizontal.

Da, al menos, tres puntos más de su gráfica; indica también su recorrido.

Solución:

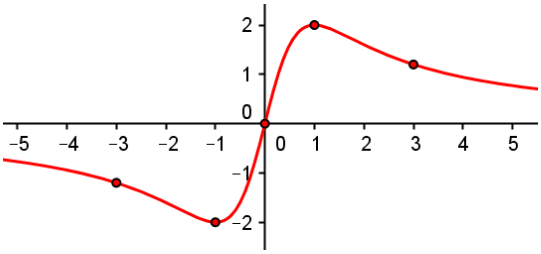
Si es simétrica respecto del origen, entonces $f(-x)=-f(x)$.

Por tanto: $f(-1)=-f(1)=-2$. En consecuencia, el punto (–1, –2) será el mínimo absoluto de la función.

Por lo mismo, otro de sus puntos es (–3, –1,2).

También debe pasar por el punto (0, 0), por estar definida para todo *x* ∈ **R**.

Como el eje *OX*, la recta *y* = 0, es asíntota horizontal, la función se pegará cada vez al eje: por debajo de él hacia –∞; por encima hacia +∞.



4. (1,5 puntos). a) Halla la función inversa de $f(x) = -2x+3$.

b) Comprueba, paso a paso, que $f\left(f^{-1}(4)\right) = 4$. ¿Cuánto vale $f^{-1}\left(f(5)\right)$?

<u>Solución</u>:

a) Por definición, si f^{-1} e la inversa de *f*, se cumple que $f\left(f^{-1}(x)\right) = x \Rightarrow$

$$f\left(f^{-1}(x)\right) = -2f^{-1}(x)+3 = x \Rightarrow 2f^{-1}(x) = 3-x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3-x}{2}$$

b) Efectivamente, $f\left(f^{-1}(4)\right) = f\left(\frac{3-4}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3 = 4$.

Evidentemente, $f^{-1}\left(f(5)\right) = 5$. Puede verse paso a paso:

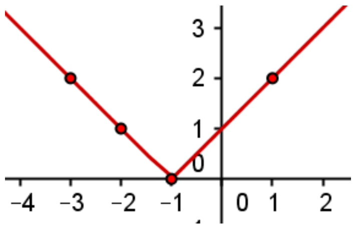
$$f^{-1}\left(f(5)\right) = f^{-1}\left(-2\cdot 5+3\right) = f^{-1}\left(-7\right) = \frac{3-(-7)}{2} = 5.$$

5. (1,5 puntos) Expresa como una función definida a trozos la función $f(x) = |x+1|$. Haz su gráfica.

<u>Solución</u>:

El valor de $x + 1$ cambia de signo en $x = -1$; por tanto:

$$f(x) = |x+1| = \begin{cases} -(x+1), & \text{si } x < -1 \\ x+1, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}.$$



Su gráfica está formada por dos semirrectas.
Puntos:
Para $x < -1$: (–3, 2); (–2, 1).
Para $x \geq -1$: (–1, 0); (1, 2).

6. (1,5 puntos) Las funciones de oferta y demanda de un determinado producto son:

Oferta: $f_o(p) = -70+2p$; Demanda: $f_d(p) = 200-p$,

donde *p* viene dado en euros, *f* en unidades.
Halla:
a) ¿Qué oferta se da a un precio de 120 euros? ¿A partir de qué precio no hay demanda?
b) El precio y la cantidad de equilibrio para ese producto.

<u>Solución</u>:

a) Si $p = 120$, la oferta será: $f_o(120) = -70+240 = 170$.

La demanda será nula, $f_d(p) = 0$, cuando $200-p=0 \Rightarrow p = 200$. A partir de ese precio no existirá demanda.

b) Igualando ambas funciones:

$$-70+2p = 200-p \Rightarrow 3p = 270 \Rightarrow p = 90.$$

El precio de equilibrio será de 90 €.
La oferta y demanda para ese precio serán de $f_o(90) = -70+2\cdot 90 = 110$ unidades.

7. (1,8 puntos) Halla, por interpolación cuadrática, el valor de *d*.

Variable x	1	2	3	4
Variable y	7	9	d	10

Solución:

La función de interpolación cuadrática es $f(x)=ax^2+bx+c$.

Por pasar por el punto (1, 7) $\Rightarrow$ $7=a+b+c$.

Por pasar por el punto (2, 9) $\Rightarrow$ $9=4a+2b+c$.

Por pasar por el punto (4, 10) $\Rightarrow$ $10=16a+4b+c$.

El sistema $\begin{cases} 7=a+b+c \\ 9=4a+2b+c \\ 10=16a+4b+c \end{cases}$ puede resolverse por Gauss.

$$\begin{array}{l} \\ E2-E1 \\ E3-E1 \end{array}\begin{cases} 7=a+b+c \\ 2=3a+b \\ 3=15a+3b \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \\ \\ E3-3E2 \end{array}\begin{cases} 7=a+b+c \\ 2=3a+b \\ -3=6a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7=-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}+c \to c=4 \\ 2=-\frac{3}{2}+b \to b=\frac{7}{2} \\ a=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

Por tanto, $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2}x+4$.

Luego, para $x = 3$, $f(3)=-\frac{1}{2}\cdot 9+\frac{7}{2}\cdot 3+4=10$ $\Rightarrow d = 10$.

Alcalá de Henares, 2 de febrero de 2017.