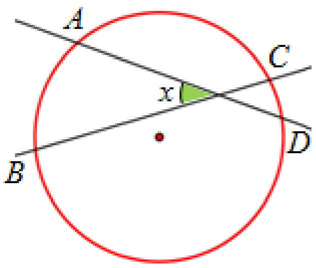
ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Como estamos en verano voy a permitirme el lujo (licencia había escrito en primer lugar) de escribir lo que me venga en gana.
Anoche asistí a la inauguración de una exposición de arte. Lleva el título de "Palimpsestos", y en ella se exponen algunos collages de Emilio Gil. Está en la Sala de Exposiciones de la Oficina de Correos que hay en el edificio del Ayuntamiento de Madrid, en Cibeles.
Pues bien, entre los magníficos collages del artista, para que el observador sepa observar mejor lo expuesto, hay una serie de frases pedagógicas. Una de esas frases, de un tal Otl Aicher (para mi desconocido: https://es.wikipedia.org/wiki/Otl_Aicher) me llamó la atención, pues me llevó a la Geometría y, si se me permite la cursilería, a la belleza, a la armonía. O quizá, y como dijo otro artista a lo "extensamente figurativo", que a saber lo que significa.
Pero vayamos a la frase de Aicher. Dice así: "Entre dos puntos no hay ninguna relación establecida. Estén muy juntos o muy alejados entre sí, su distancia permanece sin comparación con nada. Si se señala un tercer punto, se distinguen tres distancias entre los tres puntos y estas guardan ahora una relación: son iguales o son distintas, sus proporciones pueden quedar indeterminadas u ordenadas, es decir ordenadas según relaciones determinadas. Este es el origen de la estética".
Me sentí animado con el argumento, pues al "hacer geometría" me consideré un poco artista. (Sin exagerar, claro).

Los dos problemas que siguen son una sencilla e interesante aplicación de la propiedad de los ángulos inscritos. Además de a los lectores de este blog, puede interesar a los alumnos de 2º o 3º de ESO.

Problema 1
Demuestra que el ángulo *x* es la mitad de la suma de la amplitud de los arcos *AB* y *CD*.



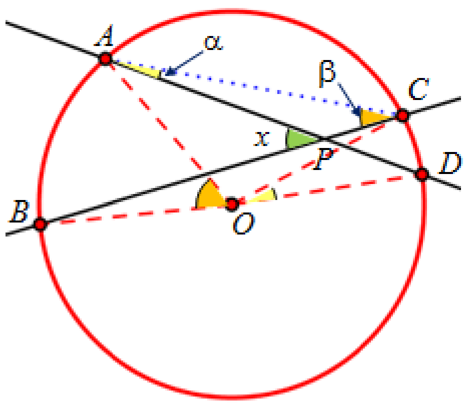
$$x = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$$

Solución:
Por la relación entre ángulos inscritos se tiene:

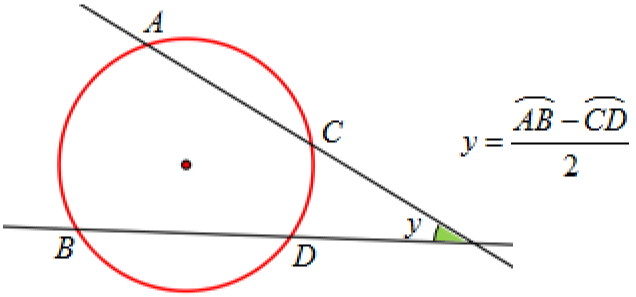
$$\alpha = \frac{1}{2}\overset{\frown}{COD} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{CD};\quad \beta = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AOB} = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$$

Como el ángulo *x* es exterior del triángulo *APC* se cumple que $x = \alpha + \beta$.
Por tanto:

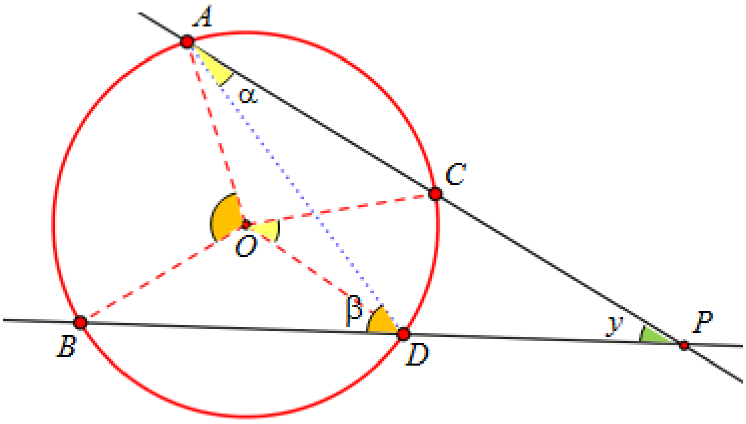
$$x = \frac{1}{2}\overset{\frown}{CD} + \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB} = \frac{\overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{AB}}{2}$$



Problema 2
Demuestra que el ángulo *y* es la mitad de la diferencia de la amplitud de los arcos *AB* y *CD*.



<u>Solución</u>:
Por la relación entre ángulos inscritos se tiene:



$$\alpha = \frac{1}{2}\widehat{COD} = \frac{1}{2}\widehat{CD}; \quad \beta = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \frac{1}{2}\widehat{AB}$$

Como el ángulo *y* es exterior del triángulo *APD* se cumple que $\beta = \alpha + y \Rightarrow y = \beta - \alpha$.
Por tanto:

$$y = \frac{1}{2}\widehat{AB} - \frac{1}{2}\widehat{CD} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$