EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

Temas 1, 2 y 3.

1. (1 punto) Calcula, agrupando los términos semejantes:

$$\left(\frac{2}{3}x^2-4x\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}x^2-3x+\frac{3}{2}\right)+\left(x^2-1\right)^2$$

2. (1 punto) Un grifo llena un depósito en 12 horas, y otro en 8 horas.
a) ¿Qué fracción de depósito llenan entre los dos en una hora?
b) ¿Cuánto tardarían en llenarlo entre los dos? Da el resultado en horas y minutos.

3. (1,3 puntos) Calcula, agrupando y simplificando:

a) (0,8 puntos) $3\sqrt{175}-\frac{7}{3}\sqrt{343}+\frac{7}{\sqrt{7}}$.

B) (0,5 puntos) $\frac{6\sqrt{2}-4}{2\sqrt{6}+4}$.

4. a) (1 punto) Factoriza el polinomio $P(x)=2x^3-14x-12$.

b) (0,8 puntos) Opera y simplifica el resultado: $\frac{x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x+2}-\frac{2x+1}{2x-4}$.

c) (0,7 puntos) Teniendo en cuenta el resultado del apartado b), resuelve $\frac{x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x+2}-\frac{2x+1}{2x-4}=\frac{11}{6}$.

5. (1,2 puntos) Halla el polinomio de segundo grado, $P(x)=ax^2+bx+c$, sabiendo que tiene por raíces x = 1 y x = –6 y que P(2) = –12

6. (1,5 punto) En cierto colegio, a principio de curso, la relación del número de alumnas al de alumnos era de 8/7. Al finalizar el curso, habían causado baja, por diversas causa, 40 chicas y el 4% de los chicos, y la relación era 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?

7. (1,5 puntos) Resuelve aplicando el método de Gauss el sistema: $\left\{\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ 2x+3y-4z=9 \\ 3x-y+z=-1 \end{array}\right.$.

Alcalá de Henares, 7 de noviembre de 2017

EXAMEN DE MATEMÁTICAS APLICADAS I

1. (1 punto) Calcula, agrupando los términos semejantes:

$$\left(\frac{2}{3}x^2-4x\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}x^2-3x+\frac{3}{2}\right)+\left(x^2-1\right)^2$$

Solución:

$$\left(\frac{2}{3}x^2-4x\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}x^2-3x+\frac{3}{2}\right)+\left(x^2-1\right)^2 = -\frac{2}{5}x^4-2x^3+x^2+\frac{12}{5}x^3+12x^2-6x+\left(x^4-2x^2+1\right) =$$

$$= \left(-\frac{2}{5}+1\right)x^4+\left(-2+\frac{12}{5}\right)x^3+11x^2-6x+1 = \frac{3}{5}x^4+\frac{2}{5}x^3+11x^2-6x+1.$$

2. (1 punto) Un grifo llena un depósito en 12 horas, y otro en 8 horas.
a) ¿Qué fracción de depósito llenan entre los dos en una hora?
b) ¿Cuánto tardarían en llenarlo entre los dos? Da el resultado en horas y minutos.

Solución:

a) Uno llena $\frac{1}{12}$ de depósito en una hora; el otro, $\frac{1}{8}$. Entre los dos: $\frac{1}{12}+\frac{1}{8}=\frac{5}{24}$.

b) Tardarán $\frac{24}{5}$ horas (4,8 horas = 4 h, 48 min)

3. (1,3 puntos) Calcula, agrupando y simplificando:

a) (0,8 puntos) $3\sqrt{175}-\frac{7}{3}\sqrt{343}+\frac{7}{\sqrt{7}}$.

b) (0,5 puntos) $\frac{6\sqrt{2}-4}{2\sqrt{6}+4}$.

Solución:

a) $$3\sqrt{175}-\frac{7}{3}\sqrt{343}+\frac{7}{\sqrt{7}} = 3\sqrt{25\cdot7}-\frac{7}{3}\sqrt{49\cdot7}+\frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 3\sqrt{25\cdot7}-\frac{7}{3}\sqrt{49\cdot7}+\sqrt{7} =$$

$$= 3\cdot5\sqrt{7}-\frac{7}{3}\cdot7\sqrt{7}+\sqrt{7} = 15\sqrt{7}-\frac{49}{3}\sqrt{7}+\sqrt{7} = \left(15-\frac{49}{3}+1\right)\sqrt{7} = -\frac{1}{3}\sqrt{7}.$$

b) $$\frac{6\sqrt{2}-4}{2\sqrt{6}+4}=\frac{\left(6\sqrt{2}-4\right)\left(2\sqrt{6}-4\right)}{\left(2\sqrt{6}+4\right)\left(2\sqrt{6}-4\right)}=\frac{12\sqrt{12}-24\sqrt{2}-8\sqrt{6}+16}{24-16} =$$

$$= \frac{3\sqrt{4\cdot3}-6\sqrt{2}-2\sqrt{6}+4}{2}=\frac{6\sqrt{3}-6\sqrt{2}-2\sqrt{6}+4}{2}=3\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}+2$$

4. a) (1 punto) Factoriza el polinomio $P(x)=2x^3-14x-12$.

b) (0,8 puntos) Opera y simplifica el resultado: $\frac{x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x+2}-\frac{2x+1}{2x-4}$.

c) (0,7 puntos) Teniendo en cuenta el resultado del apartado b), resuelve $\frac{x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x+2}-\frac{2x+1}{2x-4}=\frac{11}{6}$.

Solución:

a) Sacando factor común 2 se obtiene:

$P(x)=2x^3-14x-12 \;=\; 2\left(x^3-7x-6\right)$ → Las posibles raíces enteras son: ±1, ±2, ±3 y ±6

→ Probando se ve que $P(-1)=(-1)^3-7\cdot(-1)-6=0 \Rightarrow \left(x+1\right)$ es un factor.

Dividiendo:

	1	0	–7	–6
–1		–1	+1	+6
	1	–1	–6	0

Por tanto: $P(x)=2x^3-14x-12=2\left(x+1\right)\left(x^2-x-6\right)=2\left(x+1\right)\left(x+2\right)\left(x-3\right)$

El trinomio $x^2-x-6=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\cdot(-6)}}{2}=\begin{cases}3\\-2\end{cases} \Rightarrow x^2-x-6=\left(x+2\right)\left(x-3\right)$.

b) $\frac{x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x+2}-\frac{2x+1}{2x-4} \;=\; \frac{x}{x+2}-\frac{2x+1}{2x-4}=\frac{2x^2-4x}{\left(x+2\right)\left(2x-4\right)}-\frac{\left(x+2\right)\left(2x+1\right)}{\left(x+2\right)\left(2x-4\right)}=\frac{-9x-2}{2\left(x^2-4\right)}$.

c) $\frac{x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{x+2}-\frac{2x+1}{2x-4}=\frac{11}{6} \Rightarrow \frac{-9x-2}{2\left(x^2-4\right)}=\frac{11}{6} \Rightarrow \frac{-9x-2}{\left(x^2-4\right)}=\frac{11}{3} \Rightarrow 11x^2+27x-38=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{-27\pm\sqrt{27^2-4\cdot 11\cdot(-38)}}{22}=\frac{-27\pm\sqrt{2401}}{22}=\frac{-27\pm 49}{22}=\begin{cases}1\\38/11\end{cases}$.

5. (1,2 puntos) Halla el polinomio de segundo grado, $P(x)=ax^2+bx+c$, sabiendo que tiene por raíces x = 1 y x = –6 y que $P(2)$ = –12

Solución:

Si x_1 y x_2 son las raíces del polinomio $P(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow P(x)=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$.

Si x_1 = 1 y x_2 = –6 $\Rightarrow P(x)=a\left(x-1\right)\left(x+6\right)$

Por $P(2)$ = –12 $\Rightarrow P(2)=a\left(2-1\right)\left(2+6\right)=-12 \Rightarrow 8a=-12 \Rightarrow a=-\frac{3}{2}$.

Luego, $P(x)=-\frac{3}{2}\left(x-1\right)\left(x+6\right)=-\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+9$.

De otra forma (más larga).

Si $P(x)=ax^2+bx+c$:

Por $P(1)=0 \Rightarrow a+b+c=0$

Por $P(-6)=0 \Rightarrow 36a-6b+c=0$

Por $P(2)=-12 \Rightarrow 4a+2b+c=-12$ → Resolviendo el sistema se obtienen los valores de a, b y c.

6. (1,5 punto) En cierto colegio, a principio de curso, la relación del número de alumnas al de alumnos era de 8/7. Al finalizar el curso, habían causado baja, por diversas causa, 40 chicas y el 4% de los chicos, y la relación era 15/14. ¿Cuántos alumnos de cada sexo acabaron el curso?

Solución:

Sean *x* e *y* el número de chicas y de chicos, respectivamente, que había a principio de curso.

$\to$ Se cumplía que: $\frac{x}{y}=\frac{8}{7}$

$\to$ Al finalizar, el número de chicas será $x-40$; y el chicos, $0{,}96y$, cumpliéndose que $\frac{x-40}{0{,}96y}=\frac{15}{14}$.

Despejando *x* en la primera ecuación, $x=\frac{8}{7}y$, y sustituyendo en la segunda se tiene:

$$\frac{\frac{8}{7}y-40}{0{,}96y}=\frac{15}{14} \Rightarrow 16y-560=14{,}4y \Rightarrow 1{,}6y=560 \Rightarrow y=350 \to x=400$$

Al comenzar el curso había 400 chicas y 350 chicos.

Terminan el curso, 360 chicas y 336 chicos.

7. (1,5 puntos) Resuelve aplicando el método de Gauss el sistema: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+3y-4z=9 \\ 3x-y+z=-1 \end{cases}$.

Solución:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+3y-4z=9 \\ 3x-y+z=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \\ E2-2E1 \\ E3-3E1 \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=1 \\ y-6z=7 \\ -4y-2z=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \\ \\ E3+4E2 \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=1 \\ y-6z=7 \\ -26z=24 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y+z=1 & \to x+\frac{19}{13}-\frac{12}{13}=1 \to x=\frac{6}{13} \\ y-6z=7 & \to y+\frac{72}{13}=7 \to y=\frac{19}{13} \\ z=-\frac{12}{13} \end{cases}$$

Alcalá de Henares, 7 de noviembre de 2017