# PROBLEMAS DE PROBABILIDAD PROPUESTOS EN LAS PRUEBAS DE EvAU–EBAU–PEBAU– O COMO SE LLAME LA SELECTIVIDAD DE 2017

En las páginas que siguen están resueltos todos los problemas propuestos en la selectividad de 2017 (en las convocatorias de junio y septiembre). En siete distritos universitarios no propusieron problemas de este bloque.

→ Andalucía, junio y septiembre 2017. No se ha propuesto ninguna pregunta de Probabilidad.

**1.** Aragón, junio 2017

**4A**. (1 punto) En una clase de bachillerato hay 10 chicas y 8 chicos. De ellos 3 chicas y 4 chicos juegan al ajedrez. Si escogemos un estudiante al azar, determine las siguientes probabilidades:

a) (0,5 puntos) Sea chica y no juegue al ajedrez.

b) (0,5 puntos) No juegue al ajedrez sabiendo que es chico.

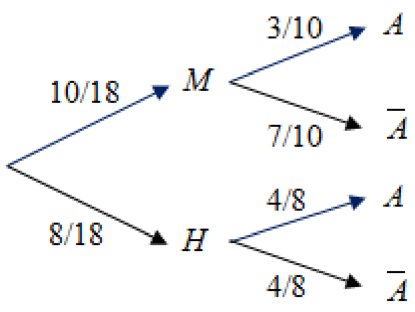
Solución:

Sean $M$ y $H$ los sucesos ser chica y chico, respectivamente; y sea $A$ el suceso jugar al ajedrez, y $\overline{A}$ su contrario.

Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(M)=\frac{10}{18};\ P(\mathrm{H})=\frac{8}{18};\ P(A/M)=\frac{3}{10};\ P(A/H)=\frac{4}{8}$$

Puede hacerse un diagrama de árbol como el siguiente.




a) La probabilidad de que sea chica y no juegue al ajedrez es:

$$P\left(M\cap\overline{A}\right)=P(M)\cdot P\left(\overline{A}/M\right)=\frac{10}{18}\cdot\frac{7}{10}=\frac{7}{18}.$$

b) La probabilidad de que no juegue al ajedrez sabiendo que es chico viene dada por la fórmula de Bayes:

$$P\left(\overline{A}/H\right)=\frac{P(H)\cdot P\left(H/\overline{A}\right)}{P(H)}=\frac{\frac{8}{18}\cdot\frac{4}{8}}{\frac{8}{18}}=\frac{1}{2}.$$

**2**. Aragón, junio 2017

**4B.** (1 punto) En una urna hay 10 bolas blancas y 3 negras. Se extrae una bola al azar y, sin verla ni reemplazarla, se extrae una segunda bola.

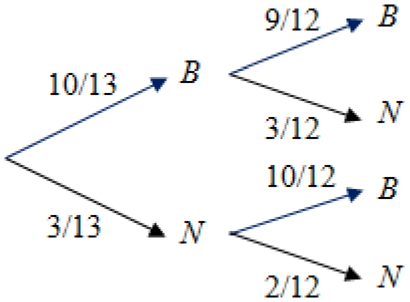
a) (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola extraída sea negra?

b) (0,5 puntos) Sabiendo que la segunda bola ha sido negra, calcule la probabilidad de que la primera bola extraída fuera negra también.

Solución:

Sean $B$ y $N$ los sucesos extraer bola blanca o negra.

Con los datos del problema se construye el diagrama de árbol ajunto.




a) La probabilidad de que la segunda bola extraída sea negra es:

$$P\left(2^{\text{a}}N\right)=P(1^{\text{a}}B)\cdot P\left(2^{\text{a}}N/1^{\text{a}}B\right)+P(1^{\text{a}}N)\cdot P\left(2^{\text{a}}N/1^{\text{a}}N\right)$$

$$=\frac{10}{13}\cdot\frac{3}{12}+\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}=\frac{30+6}{156}=\frac{3}{13}.$$

b) Por Bayes, la probabilidad de que la primera bola fuese negra si la segunda bola extraída ha sido negra es:

$$P\left(1^{a}N/2^{a}N\right)=\frac{P(1^{a}N)\cdot P\left(2^{a}N/1^{a}N\right)}{P\left(2^{a}N\right)}=\frac{\frac{3}{13}\cdot\frac{2}{12}}{\frac{3}{13}}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}.$$

<u>3. Aragón, septiembre 2017</u>

**4A.** (1 punto) Se dispone de dos cajas con bolas blancas y negras. La caja *A* contiene 6 bolas blancas y 3 negras; y la caja *B* contiene 4 bolas blancas y 5 negras. Se lanza un dado y si sale par se sacan dos bolas de la caja *A*, una tras otra, sin reponer ninguna. Por su parte, si sale impar al lanzar el dado se sacan dos bolas de la caja *B*, también una tras otra, sin reponer ninguna.

¿Cuál es la probabilidad de extraer exactamente dos bolas blancas?

<u>Solución</u>:

La probabilidad de sacar dos bolas blancas de la caja A es: $P\left(BB/CajaA\right)=\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}$

La probabilidad de sacar dos bolas blancas de la caja B es: $P\left(BB/CajaB\right)=\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}$

Al lanzar un dado, la probabilidad de par es igual que la de impar: $P\left(par\right)=P\left(impar\right)=\frac{1}{2}$.

Por tanto, por la expresión de la probabilidad total, se tiene que la probabilidad de extraer exactamente dos bolas blancas será:

$$P\left(BB\right)=P\left(par\right)\cdot P\left(BB/CajaA\right)+P\left(impar\right)\cdot P\left(BB/CajaB\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{42}{144}=\frac{7}{24}.$$

<u>4. Aragón, septiembre 2017</u>

**4B.** (1 punto) En una clase de bachillerato, el 60% de los alumnos aprueban matemáticas, el 50% aprueban inglés y el 30% aprueban las dos asignaturas. Calcule la probabilidad de que un alumno elegido al azar:

a) (0,5 puntos) Apruebe alguna de las dos asignaturas (una o las dos).

b) (0,5 puntos) Apruebe Matemáticas sabiendo que ha aprobado inglés.

<u>Solución</u>:

Sean *M* e *I* los sucesos aprobar matemáticas e inglés, respectivamente.

Se sabe que:

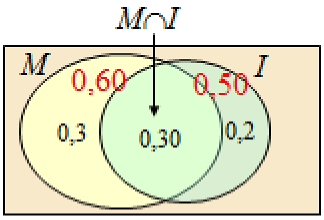
$$P\left(M\right)=0,60,\ P\left(I\right)=0,50;\ P\left(M\cap I\right)=0,30.$$

a) Por la probabilidad de la unión de sucesos:

$$P\left(M\cup I\right)=P\left(M\right)+P\left(I\right)-P\left(M\cap I\right)=0,60+0,50-0,30=0,80.$$

b) Por la probabilidad condicionada:

$$P\left(M/I\right)=\frac{P\left(M\cap I\right)}{P\left(I\right)}=\frac{0,30}{0,50}=0,60.$$



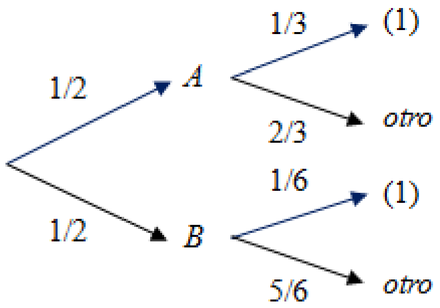

Puede hacerse un diagrama de Venn como el adjunto.

5. Asturias, junio 17

**4A**. Una urna *A* contiene tres bolas numeradas del 1 al 3 y otra urna *B*, seis bolas numeradas del 1 al 6. Se elige, al azar, una urna y se extrae una bola.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea una bola con el número 1? (1,25 puntos)
b) Si extraída la bola resulta tener el número 1, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la urna *A*? (1,25 puntos)

Solución:

Se hace el diagrama de árbol adjunto.




a) Por la fórmula de la probabilidad total:

$$P(1) = P(A)\cdot P(1/A) + P(B)\cdot P(1/B) =$$
$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

b) Por Bayes:

$$P(A/1) = \frac{P(A)\cdot P(1/A)}{P(1)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

6. Asturias, junio 17

**4B**. En una asociación benéfica se reparten dos productos, harina y leche. Todas las personas que entran cogen dos unidades a elegir entre los dos tipos de producto. El 70% de las personas que entran cogen harina y el 40% los dos productos. Calcula:
a) La probabilidad de que una persona que entre coja leche. (1 punto)
b) La probabilidad de que una persona que entre coja un solo tipo de producto. (0,5 puntos)
c) Una persona que sale de la asociación lleva leche. ¿Cuál es la probabilidad de que haya cogido también harina? (1 punto)

Solución:

Sean H y L los sucesos coger harina o leche, respectivamente. (Debe suponerse que la probabilidad de coger cualquiera de esos productos es la misma).
Si se cogen dos productos sucesivamente pueden darse los casos:
H y H, H y L, L y H, L y L → HH, HL, LH y LL (todos sucesos incompatibles).
En los tres primeros casos se ha cogido harina, siendo: *P*(HH, HL, LH) = 0,70.
También se sabe que *P*(HL, LH) = 0,40.
Y, por supuesto, *P*(HH, HL, LH, LL) = 1.
Como los cuatro sucesos son incompatibles, se cumple que:
*P*(HH, HL, LH, LL) = *P*(HH)+ *P*(HL) + *P*(LH) + *P*(LL) = 1.

a) Como *P*(HH, HL, LH) = *P*(HH) + *P*(HL, LH) = 0,7 ⇒ *P*(HH) + 0,4 = 0,7 ⇒ *P*(HH) = 0,3.
Los casos en los que se coge leche son: HL, LH y LL. (Todos menos el caso HH).
Por tanto:
*P*(coger leche) = *P*(L) = *P*(HL, LH, LL) = 1 – *P*(HH) = 1 – 0,3 = 0,7.
La probabilidad de coger solo leche es:
*P*(LL) = *P*(HL, LH, LL) – *P*(HL, LH) = 0,7 – 0,4 = 0,3.

b) La probabilidad de coger un solo producto, suceso HH o LL es:
*P*(HH, LL) = 0,3 + 0,3 = 0,6.

c) $P(H/L) = \frac{P(H\cap L)}{P(L)} = \frac{0,4}{0,7} = \frac{4}{7}$.

**7**. Asturias, julio 17

**4A**. En una cierta enfermedad el 60% de los pacientes son hombres y el resto mujeres. Con el tratamiento que se aplica se sabe que se curan un 70% de los hombres y un 80% de las mujeres. Se elige un paciente al azar.

a) Calcula la probabilidad de que se cure de la enfermedad. (1,25 puntos)

b) Si un paciente no se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer? (1.25 puntos)

Solución:

Sean los sucesos:

$H$ = hombre; $M$ = mujer; $C$ = se cura; $\overline{C}$ = no se cura.

a) Por la probabilidad total:

$$P(C)=P(H)\cdot P(C/H)+P(M)\cdot P(C/M) = 0{,}60 \cdot 0{,}70 + 0{,}40 \cdot 0{,}80 = 0{,}74.$$

b) La probabilidad de que un paciente no se cure es: $P(\overline{C})=1-P(C)=1-0{,}74=0{,}26$.

La probabilidad de que una mujer que reciba el tratamiento no se cure es: $P(\overline{C}/M)=0{,}20$.

Por Bayes:

$$P(M/\overline{C})=\frac{P(M)\cdot P(\overline{C}/M)}{P(\overline{C})}=\frac{0{,}40\cdot 0{,}20}{0{,}26}=\frac{8}{26}\to 30{,}8\%$$

**8**. Asturias, julio 17

**4B**. De una baraja española Daniel y Olga extraen 8 cartas: los cuatro ases y los cuatro reyes. Con esas 8 cartas Olga da dos cartas a Daniel y posteriormente una para ella. Calcula:

a) La probabilidad de que Daniel tenga dos ases. (0,75 puntos)

b) La probabilidad de que Daniel tenga un as y un rey. (0,75 puntos)

c) La probabilidad de que Olga tenga un as y Daniel no tenga dos reyes. (1 punto)

Solución:

a) Hay 8 cartas, 4 de ellas ases ($A$); las otras 4, reyes ($R$).

$$P(AA)=P(1^{\text{a}} A)\cdot P(2^{\text{a}} A/1^{\text{a}} A)=\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}=\frac{3}{14}.$$

b) $P(AR)=P(1^{\text{a}} A)\cdot P(2^{\text{a}} R/1^{\text{a}} A)+P(1^{\text{a}} R)\cdot P(2^{\text{a}} A/1^{\text{a}} R)=2\cdot\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}=\frac{4}{7}$.

c) Como Daniel recibe las cartas en primer lugar, la secuencia de cartas para que Daniel no reciba dos reyes y Olga reciba un as debe ser: *AA*–*A*, *AR*–*A* y *RA*–*A*. Su probabilidad es:

$$P(AA-A)+P(AR-A)+P(RA-A) = \frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}+\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}+\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}=\frac{5}{14}.$$

**9**. Baleares, junio 17.
Opción A

4. Llançam dos daus de 6 cares no trucats i consideram els esdeveniments següents:

$S_7$ : "la suma dels resultats dels dos daus és 7".
$P$ : "el producte dels resultats dels dos daus és imparell".

*a*) Calculau les probabilitats que passin els esdeveniments anteriors. (6 punts)
*b*) Són independents $S_7$ i $P$? Raonau la resposta. (4 punts)

Solución:
a) Hay 36 resultados posibles: {(1, 1), (1, 2),…(1, 6); …; (6, 1), …(6, 6)}
→ La suma 7 se da en seis casos: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1).
Por tanto:

$$P(S_7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

→ El producto de los resultados es impar cuando ambos resultados son impares.

$$P(P) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

b) Dos sucesos $A$ y $B$ son independientes cuando $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
En este caso:

$P(S_7 \cap P) = 0$ → La suma 7 solo puede conseguirse con algún resultado par.

$$P(S_7) \cdot P(P) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$$

En consecuencia, los sucesos estudiados no son independientes.

**10**. Baleares, junio 17.
Opción B.

4. El test d'intel·ligència (CI) és una prova que en teoria mesura la intel·ligència de l'individu i dona un valor que aproximadament té de mitjana 100. O sigui, el nivell 100 se suposa que és el nivell d'intel·ligència d'una persona normal. Suposem ara que el nivell d'intel·ligència d'una determinada població segueix una distribució normal de mitjana 100 i desviació típica 10.

*a*) Calculau el percentatge de la població que es considera superdotada. Una persona es considera superdotada si té un nivell d'intel·ligència superior a 130. (3 punts)
*b*) Calculau el percentatge de la població amb un nivell d'intel·ligència entre 90 i 110 (3 punts)
*c*) Ens diuen que el 70% de la població té un nivell d'intel·ligència menor que un cert llindar. Calculau aquest llindar. (4 punts)

Solución:
Se trata de una distribución normal $N(100, 10)$.
Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 100}{10}$.

a) $P(X > 130) = P\left(Z > \frac{130-100}{10}\right) = P(Z > 3) = 1 - P(Z < 3)$ = 1 – 0,9987 = 0,0013 → El 0,13% de la población es superdotada.

b) $P(90 < X < 110) = P\left(\frac{90-100}{10} < Z < \frac{110-100}{10}\right) = P(-1 < Z < 1)$ =

= 0,8413 – (1 – 0,8413) = 0,6826 → 68,26%

c) $P(X < k) = P\left(Z < \frac{k-100}{10}\right) = 0,70$ → En la tabla normal se obtiene

$\frac{k-100}{10} = 0,525 \Rightarrow k = 100 + 10 \cdot 0,525 = 105,25$.

(El valor de $Z$ se da aproximado, pues el valor de probabilidad 0,70 está entre 0,52 y 0,53).

<u>**11**. Baleares, septiembre 17.</u>

**4A**. El tiempo que un alumno puede estar concentrado y escuchar al profesor en una clase de Matemáticas se modela como una distribución normal de media 15 minutos y desviación típica 5 minutos.

a) Hallar la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de 20 minutos. (3 puntos)

b) Hallar la probabilidad de que un alumno esté concentrado entre 10 y 30 minutos. (3 puntos)

c) Nos dicen que la probabilidad de que un alumno esté concentrado más de *x* minutos vale 0,75. Hallar este valor de *x* minutos. (4 puntos)

<u>Solución</u>:

Se trata de una distribución normal $N(15, 5)$.

Se tipifica haciendo el cambio $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-15}{5}$.

a) $P(X > 20) = P\left(Z > \frac{20-15}{5}\right) = P(Z > 1) = 1 - P(Z < 1)$ = 1 – 0,8413 = 0,1587.

b) $P(10 < X < 30) = P\left(\frac{10-15}{5} < Z < \frac{30-15}{5}\right) = P(-1 < Z < 3)$ = $P(Z < 3) - P(Z < -1)$

= 0,9987 – (1 – 0,8413) = 0,84.

c) $P(X > x) = P\left(Z > \frac{x-15}{5}\right) = 0,75$.

→ En la tabla normal se obtiene el valor de $Z$ tal que $P\left(Z < \frac{x-15}{5}\right) = 0,75$; ese valor es 0,675, valor intermedio entre 0,67 y 0,68. Por tanto, por la simetría de la curva, el valor correspondiente a $P\left(Z > \frac{x-15}{5}\right) = 0,75$ será –0,675. Luego $\frac{x-15}{5} = -0,675 \Rightarrow k = 15 - 5 \cdot 0,675 = 11,625$.

**12**. Baleares, septiembre 17.

**4B**. Suponemos que los estudiantes de la UIB solo tienen dos sistemas operativos en sus teléfonos móviles: android y IOS (el de los iphone). El 80% de los estudiantes de la UIB tienen el sistema operativo android. El 25% de las chicas estudiantes de la UIB tienen IOS en su teléfono móvil y el 45% de los estudiantes de la UIB son chicos.

a) Hallar la probabilidad de que un muchacho de la UIB tenga IOS en su teléfono móvil. (6 puntos)

b) Hallar la probabilidad de que un estudiante que tenga android en el teléfono móvil sea chica. (4 puntos)

Solución:

Consideramos los sucesos:

$A$ = tener android; $I$ = tener IOS; $H$ = ser muchacho; $M$ = ser chica.

Se tiene los siguientes datos, más los que se deducen de manera inmediata:

$$P(A) = 0,80 \Rightarrow P(I) = 0,20.$$

$$P(I/M) = 0,25 \Rightarrow P(A/M) = 0,75.$$

$$P(H) = 0,45 \Rightarrow P(M) = 0,55$$

a) Por la probabilidad total:

$$P(I) = P(H)\cdot P(I/H) + P(M)P(I/M) \Rightarrow 0,20 = 0,45\cdot P(I/H) + 0,55\cdot 0,25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,20 = 0,45\cdot P(I/H) \Rightarrow P(I/H) = \frac{0,20}{0,45} \approx 0,1389.$$

b) Por Bayes:

$$P(M/A) = \frac{P(M)P(A/M)}{P(A)} = \frac{0,55\cdot 0,75}{0,80} \approx 0,5156.$$

→ Cantabria, junio y septiembre 17. No han puesto ningún problema de Probabilidad.

**13**. Castilla y León, junio 17

**(Opción A) E5.-** Se lanzan dos dados (con forma cúbica) al aire. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los puntos sea 8? (1 punto)

Solución:

Hay 36 resultados posibles, todos equiprobables.

E = {(1, 1), (1, 2), …, (1, 6), (2, 1), …, (2, 6), …, (5, 6), (6, 6)}

Hay 5 casos favorables a suma 8, los sucesos: (2, 6); (3, 5); (4, 4); (5, 3); (6, 2).

Por tanto:

$$P(\text{suma } 8) = \frac{5}{36}.$$

**14**. Castilla y León, junio 17

**(Opción B) E5.-** La probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda es $\frac{1}{2}$**.** ¿Cuál es la probabilidad de sacar 3 caras en tres lanzamientos? (1 punto)

Solución:

Los sucesos cara o cruz son independientes en cada nuevo lanzamiento, siendo su probabilidad $P(C)=P(X)=\frac{1}{2}$.

Por tanto:

$$P(CCC)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}.$$

**15**. Castilla y León, septiembre 17

**(Opción A) E5.-** De una bolsa con 2 bolas blancas, 2 negras y 2 amarillas se extraen dos sin devolución (es decir, una vez extraída una bola no se vuelve a poner en la bolsa). Calcular la probabilidad de que las dos sean blancas. (1 punto)

Solución:

La probabilidad de extraer blanca la primera vez es $P(B)=\frac{2}{6}$; la probabilidad de que la segunda bola sea blanca si la primera ha sido blanca será: $P\left(2^{a}B/1^{a}B\right)=\frac{1}{5}$.

Por tanto, la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean blancas será:

$$P(BB)=\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{15}$$

**16**. Castilla y León, septiembre 17

**(Opción B) E5.-** Se tiran al aire, simultáneamente, un dado (con forma cúbica) y una moneda. Teniendo en cuenta que los sucesos son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que en el dado salga un 5 y de que en la moneda salga cara? (1 punto)

Solución:

La probabilidad de que salga un 5 es $P(5)=\frac{1}{6}$.

La probabilidad de que salga cara con la moneda es $P(C)=\frac{1}{2}$.

Como son sucesos independientes, la probabilidad de salga un 5 y una cara será:

$$P\left(5,C\right)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{12}.$$

**17**. Castilla–La Mancha, junio 17

**5A**. a) Los operarios A, B y C producen, respectivamente, el 50%, el 30% y el 20% de las resistencias que se utilizan en un laboratorio de electrónica. Resultan defectuosas el 6% de las resistencias producidas por A, el 5% de las producidas por B y el 3% de las producidas por C. Se selecciona al azar una resistencia:

a1) Calcula razonadamente la probabilidad de que sea defectuosa. (0,75 puntos)

a2) Si es defectuosa, calcula razonadamente la probabilidad de que proceda del operario A. (0,5 puntos)

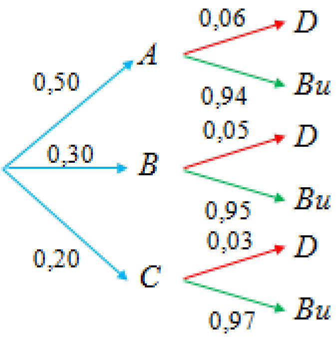
b) Las resistencias se empaquetan al azar en cajas de cinco unidades. Calcula razonadamente la probabilidad de:

b1) Que en una caja haya exactamente tres resistencias fabricadas por B. (0,75 puntos)

b2) Que en una caja haya al menos dos fabricadas por B. (0,5 puntos)

Solución:

a) Puede confeccionarse el diagrama de árbol que sigue.




La letra *D* designa que la resistencia es defectuosa; *Bu* indica que está bien.

a1) $P(D) = P(A) \cdot P(D/A) + P(B) \cdot P(D/B) + P(C) \cdot P(D/C)$ =
= 0,50 · 0,06 + 0,30 · 0,05 + 0,20 · 0,03 = 0,051.

a2) $P(A/D) = \dfrac{P(A \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,50 \cdot 0,06}{0,051} = \dfrac{0,030}{0,051} = \dfrac{30}{51} = \dfrac{10}{17}$.

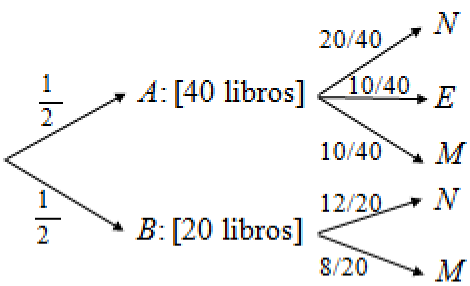
b) La probabilidad de que una resistencia sea fabricada por B es $P(B) = 0,30$; que sea fabricada por otro, A o C, es $P\left(\overline{B}\right) = 0,70$.

Elegir 5 resistencias al azar y determinar cuántas de ellas han sido fabricadas por B, puede estudiarse como una binomial *B*(5, 0,3).
Si *X* mide el número de resistencias fabricadas por B, se tiene:

b1) $P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^2$ = 0,1323.

b2) $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1)$ = $1 - \binom{5}{0} \cdot 0,3^0 \cdot 0,7^5 - \binom{5}{1} \cdot 0,3^1 \cdot 0,7^4$ =
= 1 – 0,16807 – 0,36015 = 0,47178.

**18**. <u>Castilla–La Mancha, junio 17</u>
5B. a) En mi casa dispongo de dos estanterías A y B. En A tengo 20 novelas, 10 ensayos y 10 libros de matemáticas y en la B tengo 12 novelas y 8 libros de matemáticas. Elijo una estantería al azar y de ella, también al azar, un libro. Calcula razonadamente la probabilidad de que:
a1) El libro elegido sea de matemáticas. (0,75 puntos)
a2) Si el libro elegido resultó ser de matemáticas, que fuera de la estantería B. (0,5 puntos)
b) El tiempo de espera en una parada de autobús se distribuye según una distribución normal de media 15 minutos y desviación típica 5 minutos.
b1) Calcula razonadamente la probabilidad de esperar menos de 13 minutos. (0,75 puntos)
b2) ¿Cuántos minutos de espera son superados por el 33% de los usuarios? Razona la respuesta. (0,5 puntos)
<u>Solución</u>:
a) La situación se resume en el siguiente diagrama de árbol.
La letras *N*, *E* y *M* indican que el libro elegido ha sido una Novela, un Ensayo o de Matemáticas, respectivamente.




a1) $P(M) = P(A) \cdot P(M/A) + P(B) \cdot P(M/B)$ =
$= \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{10}{40} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{8}{20} = \dfrac{13}{40}$.

a2) $P(B/M) = \dfrac{P(B \cap M)}{P(M)} = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{20}}{\frac{13}{40}} = \dfrac{8}{13}$.

b) La distribución es una normal $N(15, 5)$ → Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X-15}{5}$.

b1) $P(X<13) = P\left(Z < \dfrac{13-15}{5}\right) = P(Z < -0,4)$ = $1 - P(Z < 0,4)$ = 1 – 0,6554 = 0,3446.

b2) Sea $m$ el número de minutos buscado.

$P(X>m) = 0,33 \Rightarrow P(X<m) = 0,67 \Rightarrow P\left(Z < \dfrac{m-15}{5}\right) = 0,67 \Rightarrow \dfrac{m-15}{5} = 0,44 \Rightarrow$

$m$ = 17,2 minutos.

<u>**19**. Castilla–La Mancha, septiembre 17</u>

5A. a) En una empresa hay tres robots A, B y C dedicados a soldar componentes electrónicos en placas de circuito impreso. El 25% de los componentes son soldados por el robot A, el 20% por el B y el 55% por el C. Se sabe que la probabilidad de que una placa tenga un defecto de soldadura es de 0,03 si ha sido soldado por el robot A, 0,04 por el robot B y 0,02 por el robot C.

a1) Elegida una placa al azar, calcula razonadamente la probabilidad de que tenga un defecto de soldadura. (0,75 puntos)

a2) Se escoge al azar una placa y resulta tener un defecto de soldadura, calcula razonadamente la probabilidad de que haya sido soldada por el robot C. (0,5 puntos)

b) Lanzamos cinco veces una moneda trucada. La probabilidad de obtener cara es 0,6. Calcula razonadamente la probabilidad de:

b1) Obtener exactamente tres caras. (0,75 puntos)

b2) Obtener más de tres caras. (0,5 puntos)

<u>Solución</u>:

a) Es un problema idéntico al propuesto en junio. Puede confeccionarse el diagrama de árbol como se hizo en junio.

Si $D$ designa que la placa es defectuosa, se tendrá:

a1) $P(D) = P(A)\cdot P(D/A) + P(B)\cdot P(D/B) + P(C)\cdot P(D/C)$ =

= 0,25 · 0,03 + 0,20 · 0,04 + 0,55 · 0,02 = 0,0265.

a2) $P(C/D)) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,55\cdot 0,02}{0,0265} = \dfrac{0,011}{0,0265} = \dfrac{110}{265} \approx 0,415$.

b) La probabilidad de obtener $P(C) = 0,6$; la de obtener cruz, $P(\overline{C}) = 0,40$.

El experimento en lanzar cinco veces esa moneda y contar el número de caras que se obtienen puede estudiarse como una binomial $B(5, 0,6)$.

Si $X$ mide el número de caras obtenidas en los cinco lanzamientos, se tiene:

b1) $P(X=3) = \binom{5}{3}\cdot 0,6^3 \cdot 0,4^2 = 10\cdot 0,3456 = 0,3456$.

b2) $P(X>3) = P(X=4) + P(X=5)$ = $\binom{5}{4}\cdot 0,6^4 \cdot 0,4 + \binom{5}{5}\cdot 0,6^5$ =

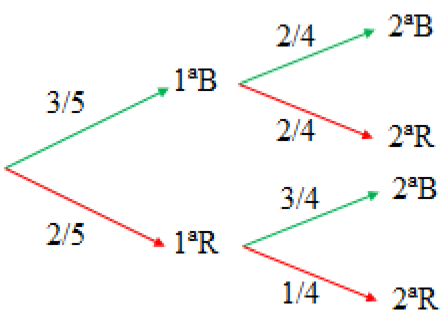
= 5 · 0,05184 + 0,07776 = 0,33696.

**20**. Castilla–La Mancha, septiembre 17

5B. a) De una urna que contiene tres bolas blancas y dos bolas rojas extraemos, sucesivamente y sin reemplazamiento, dos bolas. Calcula razonadamente la probabilidad de:
a1) Que la segunda bola extraída sea blanca. (0,75 puntos)
a2) Si la segunda bola extraída ha sido blanca, que la primera fuera roja. (0,5 puntos)
b) El tiempo de duración de las llamadas telefónicas a cierta centralita se distribuye según una distribución normal de media 5 minutos y varianza 4. Calcula razonadamente:
b1) La probabilidad de que una llamada dure menos de 4,5 minutos. (0,75 puntos)
b2) El tiempo de duración que no es superado por el 33% de las llamadas. (0,5 puntos)

Solución:

a) La secuencia y las respectivas probabilidades es la que se indica en el siguiente diagrama de árbol.




a1)
$$P(2^a B) = P(1^a B)\cdot P(2^a B/1^a B) + P(1^a R)\cdot P(2^a B/1^a R) =$$
$$= \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4} + \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.$$

a2) $$P(1^a R/2^a B) = \frac{P(1^a R)\cdot P(2^a B/1^a R)}{P(2^a B)} = \frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{12}{20}} = \frac{1}{2}.$$

b) Si la varianza es 4 ⇒ σ = 2. La distribución es una normal $N(5, 2)$ → Se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X-5}{2}$.

b1) $P(X < 4,5) = P\left(Z < \dfrac{4,5-5}{2}\right) = P(Z < -0,25) = 1 - P(Z < 0,25) = 1 - 0,5987 = 0,4013.$

b2) Sea $m$ el número de minutos buscado.

$$P(X < m) = 0,33 \Rightarrow P\left(Z < \frac{m-5}{2}\right) = 0,33 \Rightarrow \frac{m-5}{2} = -0,44 \Rightarrow m = 4,12 \text{ minutos.}$$

Observación:

En la tabla normal usual no aparecen valores de probabilidad inferiores a 0,5. Los valores de Z correspondientes a probabilidades inferiores a 0,5 hay que calcularlos atendiendo a la simetría de la curva normal. Así, por ejemplo:

– Como $P(Z < 0,58) = 0,7190 \Rightarrow P(Z < -0,58) = 1 - P(Z - 0,58) = 1 - 0,7190 = 0,2810$.

– Como $P(Z < z_0) = 0,7190 \Rightarrow z_0 = 0,58$, se tendrá que el valor de $z_0$ tal que $P(Z > z_0) = 1 - 0,7190 = 0,2810$ será el mismo $z_0 = 0,58$. Y el valor de $z_0$ tal que $P(Z < z_0) = 0,2810$ será $z_0 = -0,58$.

En el problema que nos interesa, para encontrar $P(X < m) = 0,33$ se busca $P(Z < z_0) = 0,33$, que como sabemos no aparece en la tabla.

El valor que debe buscarse es $P(Z < z_0) = 0,67$; se obtiene $z_0 = 0,44$. Por tanto, el valor de $z_0$ tal que $P(Z < z_0) = 0,33$ será $z_0 = -0,44$.

→ Cataluña, junio y septiembre17. No han puesto ningún problema de Probabilidad.

→ Comunidad Valenciana, junio y julio 17. No se ha propuesto ningún problema de Probabilidad.

**21**. Extremadura, junio 2017
**5**.- (1 punto) En una población se sabe que el 80% de los jóvenes tiene ordenador portátil, el 60% tiene teléfono móvil, y el 10% no tiene portátil ni móvil. Si un joven de esa población tiene teléfono móvil, calcule la probabilidad de que dicho joven tenga también ordenador portátil.
Solución:
Sean los sucesos: $O$ = "tener ordenador"; $M$ = tener móvil".
→ $O \cup M$ será el suceso "tener ordenador o móvil";
→ su contrario, no tener ordenador ni móvil, puede denotarse por $\overline{O \cup M}$.
Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(O) = 0{,}80,\ P(M) = 0{,}60;\ P\left(\overline{O \cup M}\right) = 0{,}10 \Rightarrow P\left(O \cup M\right) = 1 - P\left(\overline{O \cup M}\right) = 0{,}90.$$

Por la probabilidad de la unión de sucesos:

$$P\left(O \cup M\right) = P(O) + P(M) - P\left(O \cap M\right) \Rightarrow$$

$$0{,}90 = 0{,}80 + 0{,}60 - P\left(O \cap M\right) \Rightarrow P\left(O \cap M\right) = 0{,}50.$$

Por la probabilidad condicionada,

$$P(O/M) = \frac{P\left(O \cap M\right)}{P(M)} = \frac{0{,}50}{0{,}60} = \frac{5}{6} \approx 0{,}833.$$

**22**. Extremadura, junio 2017
**5**.- Una asociación deportiva tiene 1000 socios, el 40 % de ellos son mujeres. Están repartidos en tres secciones y cada socio solo pertenece a una sección. En la sección de baloncesto hay 400 socios, 120 de ellos son mujeres, en la de natación hay 350 socios, 180 de ellos son mujeres, y en la de tenis están el resto de los socios. Calcule la probabilidad de que un socio seleccionado al azar sea varón y de la sección de tenis.
Solución:
Con los datos del problema se puede hacer la siguiente tabla de contingencia.

| Secciones | | Mujeres | Hombres |
|---|---|---|---|
| Baloncesto | 400 | 120 → | 280 |
| Natación | 350 | 180 → | 170 |
| Tenis | 250 | $x$ | $y$ |
| Total | 1000 | 40% → 400 | 600 |

Como 120 + 180 + $x$ = 400 ⇒ $x$ = 100 → 250 = $x + y$ ⇒ $y$ = 150.
Los casos favorables a ser varón y de la sección de tenis son 150. Por tanto,

$$P(\text{varón y de la sección de tenis}) = \frac{150}{1000} = 0{,}15.$$

**23**. Extremadura, julio 2017

**5**.- En un libro con 3 capítulos, el primero consta de 100 páginas y 15 de ellas contienen errores. El segundo capítulo, de 80 páginas, tiene 8 con error, y en el tercero, de 50 páginas, el 80 % no tiene ningún error. Calcule la probabilidad de que una página elegida al azar no esté en el capítulo dos y no tenga errores. (1 punto)

Solución:

Observación: Puede convenir hacer un diagrama de árbol.

El libro tiene un total de 230 páginas (100 + 80 + 50). Con los datos del problema y designando los sucesos correspondientes se tendrán las probabilidades siguientes:

$C1$ = página del capítulo 1 $\to P(C1)=\dfrac{100}{230}$;

$E/C1$ = página con error en $C1 \to P(E/C1)=\dfrac{15}{100} \Rightarrow P(\overline{E}/C1)=\dfrac{85}{100}$.

$C2$ = página del capítulo 2 $\to P(C2)=\dfrac{80}{230}$;

$E/C2$ = página con error en $C2 \to P(E/C2)=\dfrac{8}{80} \Rightarrow P(\overline{E}/C2)=\dfrac{72}{80}$.

$C3$ = página del capítulo 3 $\to P(C3)=\dfrac{50}{230}$;

$E/C3$ = página con error en $C3 \to P(E/C3)=\dfrac{20}{100} \Rightarrow P(\overline{E}/C3)=\dfrac{80}{100}$.

Con esto:

$P$(una página elegida al azar no esté en el capítulo dos y no tenga errores) =

$$= P(C1)\cdot P(\overline{E}/C1)+P(C3)\cdot P(\overline{E}/C3) = \frac{100}{230}\cdot\frac{85}{100}+\frac{50}{230}\cdot\frac{80}{100}=\frac{125}{230}\approx 0,5435$$

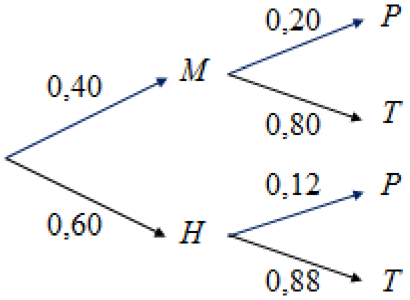
**24**. Extremadura, julio 2017

5.- El 40 % de la población activa de una ciudad son mujeres. Se sabe que el 20 % de las mujeres y el 12 % de los varones está en el paro. Elegida al azar una persona entre la población activa que no está en paro, calcule la probabilidad de que dicha persona sea mujer. (1 punto)

Solución:

Sean los sucesos: $M$, ser mujer; $H$, ser hombre; $P$, estar en paro; $T$, trabajar.

Con los datos del problema se puede hacer un diagrama de árbol como el que sigue.




Por la probabilidad total:

$$P(T)=P(M)\cdot P(T/M)+P(H)\cdot P(T/H) =$$

$= 0,40 \cdot 0,80 + 0,60 \cdot 0,88 = 0,848$

Por Bayes:

$$P(M/T))=\frac{P(M)\cdot P(T/M)}{P(T)}=\frac{0,40\cdot 0,80}{0,846}=\frac{320}{846}\approx 0,377$$

El 37,7 de las personas que trabajan son mujeres.

**25**. Galicia, junio 17

Ejercicio 4A (2 puntos)

**4.** a) Nun experimento aleatorio, sexan $A$ e $B$ dous sucesos con $P(\bar{A}) = 0{,}4$; $P(B) = 0{,}7$. Se $A$ e $B$ son independentes, calcula $P(A \cup B)$ e $P(A - B)$. (Nota: $\bar{A}$ suceso contrario ou complementario de $A$).

b) Nun grupo de 100 persoas hai 40 homes e 60 mulleres. Elíxense ao azar 4 persoas do grupo, ¿cal é a probabilidade de seleccionar máis mulleres que homes?

Solución:

a) Si $P(\overline{A}) = 0{,}4 \Rightarrow P(A) = 0{,}6$.

La probabilidad de la unión es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Como $A$ y $B$ son sucesos independientes, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ = 0,6 · 0,7 = 0,42.

Por tanto,

$P(A \cup B)$ = 0,6 + 0,7 – 0,42 = 0,88.

De $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A - B)$ = 0,6 – 0,42 = 0,18.

b) Puede estudiarse como un problema de extracción sin reemplazamiento.
Al elegir 4 personas de un grupo con 40 hombres y 60 mujeres se obtienen más mujeres que hombres cuando se eligen 3 mujeres y 1 hombre; o las 4 mujeres.

$P(1H \text{ y } 3M) = 4 \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{60}{99} \cdot \frac{59}{98} \cdot \frac{58}{97} \approx 0{,}34907 \rightarrow$ Se ha multiplicado por 4 porque el hombre puede salir en cualquier orden.

$$P(4M) = \frac{60}{100} \cdot \frac{59}{99} \cdot \frac{58}{98} \cdot \frac{57}{97} \approx 0{,}12436.$$

Por tanto, la probabilidad pedida vale: 0,34907 + 0,12436 = 0,47343.

**26**. Galicia, junio 17

Ejercicio 4B (2 puntos)

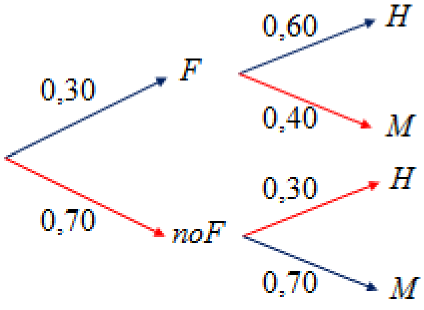
**4**. Nun estudo realizado nun centro de saúde, observouse que o 30% dos pacientes son fumadores e destes, o 60% son homes. Entre os pacientes que non son fumadores, o 70% son mulleres. Elixido un paciente ao azar,

a) Calcula a probabilidade de que o paciente sexa muller

b) Se o paciente elixido é home, ¿cal é a probabilidade de que sexa fumador?

Solución:

Con los datos del problema puede confeccionarse el diagrama de árbol que sigue (con flechas rojas se indica lo que se deduce).




a) $P(M) = P(F) \cdot P(M/F) + P(noF) \cdot P(M/noF)$ =
= 0,30 · 0,40 + 0,70 · 0,70 = 0,61.

b) Por Bayes:

$$P(F/H) = \frac{P(F) \cdot P(H/F)}{P(H)} = \frac{0{,}30 \cdot 0{,}60}{0{,}39} = \frac{18}{39} \approx 0{,}46$$

<u>**27**. Galicia, septiembre 17</u>

Ejercicio 4A (2 puntos)

**4.** Sexan $A$ e $B$ dous sucesos con $P(A) = 0{,}7; P(B) = 0{,}6$ e $P(A \cup B) = 0{,}9$

a) ¿Son $A$ e $B$ sucesos independentes? Xustifica a resposta.

b) Calcula $P(A - B)$ e $P(A/\overline{B})$. (Nota: $\overline{B}$ suceso contrario ou complementario de $B$).

<u>Solución</u>:

a) Los sucesos *A* y *B* son independientes si se cumple que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, sustituyendo los datos del problema se tiene:

$$0{,}9 = 0{,}7 + 0{,}6 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0{,}4.$$

Como $P(A) \cdot P(B)$ = 0,6 · 0,7 = 0,42 ≠ 0,4, los sucesos no son independientes.

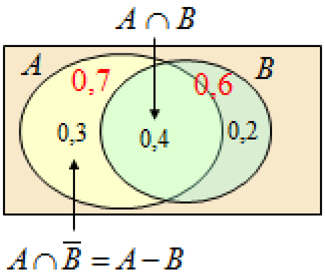
b) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A - B)$ = 0,7– 0,4 = 0,3.

Puede observarse que $P(A - B) = P\left(A \cap \overline{B}\right)$.

Por la probabilidad condicionada:

$$P\left(A/\overline{B}\right) = \frac{P\left(A \cap \overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)} = \frac{0{,}3}{0{,}4} = \frac{3}{4}$$

En este caso conviene hacer un diagrama de Venn.




<u>**28**. Galicia, septiembre 17</u>

Ejercicio 4B (2 puntos)

**4.** O total de vendas diarias nun pequeno restaurante é unha variable que segue unha distribución normal de media 1220€ ao día e desviación típica 120€ ao día.

a) Calcula a probabilidade de que nun día elixido ao azar as vendas excedan de 1400€.

b) Se o restaurante debe vender polo menos 980€ ao día para cubrir os gastos, ¿cal é a probabilidade de que un día elixido ao azar, o restaurante non cubra gastos?

<u>Solución</u>:

a) La distribución normal *N*(1220, 120) se tipifica haciendo el cambio $Z = \dfrac{X - 1220}{120}$.

$$P(X > 1400) = P\left(Z > \frac{1440 - 1220}{120}\right) = P(Z > 1{,}5) = 1 - P(Z < 1{,}5) = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668.$$

b) $P(X < 980) = P\left(Z < \dfrac{980 - 1220}{120}\right) = P(Z < -2) = 1 - P(Z < 2)$ = 1 – 0,9772 = 0,0228.

→ <u>Islas Canarias, junio y julio 2017. No se ha propuesto ninguna pregunta de Probabilidad.</u>

<u>**29**. La Rioja, junio 17</u>

3.- (2 puntos) El 50% de los habitantes de una localidad tienen más de 65 años y el 10% menos de 18 años. El 60% de los mayores de 65 años, así como el 80% de los menores de 18 años y el 40% del resto de los habitantes, utilizan el complejo de piscinas local.

1) Elegido al azar un habitante de la localidad, calcule la probabilidad de que utilice el complejo de piscina local.

2) Elegido al azar un habitante de la localidad que no utiliza el complejo de piscina local, halle la probabilidad de que tenga más de 65 años.
<u>Solución</u>:
Supuesto que en la localidad hay 10000 habitantes (es indiferente su número; se toman 10000 para evitar decimales), se puede hacer la siguiente tabla de contingencia.

| Personas por edad (10000) | | Utilizan la piscina | No utilizan la piscina |
|---|---|---|---|
| Mayores de 65 | 50% → 5000 | 60% → 3000 | 2000 |
| Menores de 18 | 10% → 1000 | 80% → 800 | 200 |
| Resto | 40% → 4000 | 40% → 1600 | 2400 |
| Total | 10000 | 5400 | 4600 |

1) $P(piscina) = \dfrac{5400}{10000} = 0,54$.

2) Hay 4600 personas que no utilizan la piscina; de ellas, 2000 son mayores de 65 años. Por tanto:

$$P(+65/\ No\ piscina) = \frac{2000}{4600} = \frac{10}{23}.$$

<u>**30**. La Rioja, julio 17</u>
**3**.- (2 puntos) En una universidad el 30 % de los alumnos va a la cafetería *A*, el 60 % va a la cafetería *B* y el 20 % va a ambas cafeterías.
(1) Si se elige al azar un estudiante que va a la cafetería *A*, halle la probabilidad de que también vaya a la cafetería *B*.
(2) Si se elige al azar un estudiante de esa universidad, calcule la probabilidad de que el estudiante no vaya a la cafetería *A* ni a la cafetería *B*.
<u>Solución</u>:
Se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A) = 0,30,\ P(B) = 0,60,\ P(A \cap B) = 0,20.$$

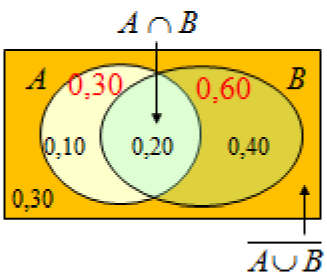
(1) Por la probabilidad condicionada

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,20}{0,30} = \frac{2}{3}$$

(2) Hay que calcular la probabilidad del suceso contrario de la unión de *A* y *B*.

$$P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \left(P(A) + P(B) - P(A \cap B)\right) =$$

= 1 – (0,30 + 0,60 – 0,20) = 0,30.




Puede venir bien hacer un diagrama de Venn.

<u>**31**. Madrid, junio 17</u>
**Ejercicio 4B**: Calificación máxima: 2 puntos.
El 40% de los sábados Marta va al cine, el 30% va de compras y el 30% restante juega a videojuegos. Cuando va al cine, el 60% de las veces lo hace con sus compañeros de baloncesto. Lo mismo le ocurre el 20% de las veces que va de compras, y el 80% de las veces que juega a videojuegos. Se pide:
a) (1 punto) Hallar la probabilidad de que el próximo sábado Marta no quede con sus compañeros de baloncesto.

b) (1 punto) Si se sabe que Marta ha quedado con los compañeros de baloncesto, ¿cuál es la probabilidad de que vayan al cine?

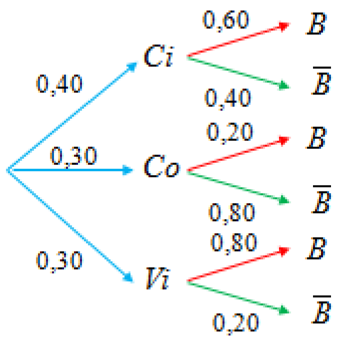
Solución:

Sean los sucesos:

$Ci$ = "Marta va al cine"; $Co$ = "Marta va de compras"; $Vi$ = "Marta juega con videojuegos".

El suceso $B$ = "Marta queda con sus compañeros de baloncesto"; $\overline{B}$, su contrario.

Con los datos del problema se puede confeccionar el diagrama de árbol:




a) La probabilidad de que quede con sus compañeros de baloncesto es:

$$P(B)=P(Ci)\cdot P(B/Ci)+P(Co)\cdot P(B/Co)+P(Vi)\cdot P(B/Vi) =$$

$$= 0,40 \cdot 0,60 + 0,30 \cdot 0,20 + 0,30 \cdot 0,80 = 0,54.$$

De que no quede será:

$$P\left(\overline{B}\right)=1-P(B)=1-0,54=0,46.$$

b) $P(Ci/B)=\dfrac{P\left(Ci\cap B\right)}{P(B)}=\dfrac{0,40\cdot 0,60}{0,54}=\dfrac{0,24}{0,54}=\dfrac{4}{9}$.

32. Madrid, septiembre 17

**Ejercicio 4A**: Calificación máxima: 2 puntos.

Dados dos sucesos, $A$ y $B$, de un experimento aleatorio, con probabilidades tales que

$p(A)=\dfrac{4}{9}$, $p(B)=\dfrac{1}{2}$ y $p\left(A\cup B\right)=\dfrac{2}{3}$, se pide:

a) (1 punto) Comprobar si los sucesos $A$ y $B$ son independientes o no.

b) (1 punto) Calcular $p\left(\overline{A}/B\right)$, donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario de $A$.

Solución:

a) Los sucesos $A$ y $B$ son independientes si se cumple que $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)$.

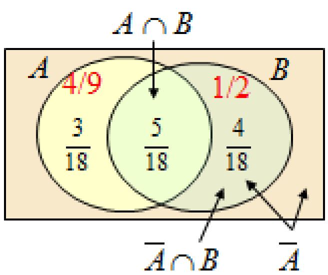
Como $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)$, sustituyendo los datos del problema se tiene:

$$\frac{2}{3}=\frac{4}{9}+\frac{1}{2}-P\left(A\cap B\right) \Rightarrow P\left(A\cap B\right)=\frac{4}{9}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=\frac{5}{18}.$$

Como $P\left(A\right)\cdot P\left(B\right)=\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{4}{18}=\dfrac{2}{9}$, los sucesos no son independientes.

b) En este caso conviene hacer un diagrama de Venn.

Como $P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)=\dfrac{4}{18}$, aplicando la fórmula de la probabilidad condicionada:




$$P\left(\overline{A}/B\right)=\frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\frac{\frac{4}{18}}{\frac{9}{18}}=\frac{4}{9}.$$

**33**. Murcia, junio 17

**CUESTIÓN A.5:** Según un estudio reciente, el 68% de los encuestados poseen un smartphone, el 38% tienen una tablet y el 16% disponen de ambos dispositivos.

a) [0,5 puntos] Calcule la probabilidad de que una persona elegida al azar no disponga de ninguno de los dos dispositivos.

b) [0,5 puntos] Resulta que la persona elegida posee un smartphone, ¿qué probabilidad hay de que tenga una tablet?

Solución:

Sean los sucesos: $S$ = "Tener Smartphone"; $T$ = "tener tablet"…

Se sabe que:

$$P(S)=0,68,\ P(T)=0,38,\ P\left(S\cap T\right)=0,16.$$

a) Como $P\left(S\cup T\right)=P(S)+P(T)-P\left(S\cap T\right) \Rightarrow P\left(S\cup T\right)=0,68+0,38-0,16=0,90$.

Por tanto, la probabilidad de no tener ningún dispositivo es:

$$P\left(\overline{S\cup T}\right)=1-P\left(S\cup T\right)=1-0,90=0,10.$$

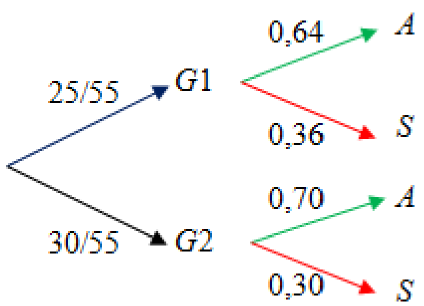
b) Por la probabilidad condicionada:

$$P(T/S)=\frac{P\left(S\cap T\right)}{P(T)}=\frac{0,16}{0,68}=\frac{4}{17}.$$

**34**. Murcia, junio 17

**CUESTIÓN B.5:** [1 punto] Dos aulas de 2º de Bachillerato hacen conjuntamente un examen de Matemáticas. En el primer grupo hay 25 alumnos de los cuales aprueba el 64%, mientras que en el segundo grupo, de 30 alumnos, lo hace el 70%. De entre todos los exámenes se elige uno al azar y resulta que está aprobado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de un alumno del primer grupo?

Solución:




Sean los sucesos: $G1$ = ser del grupo 1; $G2$ = del grupo 2; $A$ = aprobar; $S$ = suspender.

Se construye el diagrama de árbol adjunto.

La probabilidad de estar aprobado es:

$$P(A)=P(G1)\cdot P(A/G1)+P(G2)\cdot P(A/G2)\ =$$

$$=\frac{25}{55}\cdot 0,64+\frac{30}{55}\cdot 0,70=\frac{3700}{5500}=\frac{37}{55}.$$

Por la probabilidad condicionada, la probabilidad de ser del grupo 1 si está aprobado, es:

$$P(G1/A)=\frac{P\left(G1\cap A\right)}{P(A)}=\frac{\frac{25}{55}\cdot 0,64}{\frac{37}{55}}=\frac{16}{37}.$$

**35**. Murcia, septiembre 17

**CUESTIÓN A.5:** [1 punto] En un colegio se imparten, como primer idioma, inglés, alemán y francés. El 65% de los alumnos estudian inglés, el 20% alemán y el resto francés. La asignatura de robótica es optativa y la elige el 30% de los alumnos de inglés, el 50% de los que estudian alemán y el 70% de los que cursan francés. Se elige un alumno al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que estudie robótica?

Solución:

Sean los sucesos:

$I$ = "Estudiar inglés"; $A$ = "Estudiar alemán"; $F$ = "Estudiar francés";

$R/I$, $R/A$, $R/F$ = "elegir robótica si se estudia inglés, alemán o francés, respectivamente.

Se saben las probabilidades de todos los sucesos mencionados, siendo:

$$P(I)=0,65, \quad P(A)=0,20, \quad P(F)=0,15;$$

$$P(R/I)=0,30, \; P(R/A)=0,50, \; P(R/F)=0,70 \; .$$

Por la probabilidad total:

$$P(R)=P(I)\cdot P(R/I)+P(A)\cdot(R/A)+P(F)\cdot P(R/F) \Rightarrow$$

$P(R)=0,65\cdot 0,30+0,20\cdot 0,50+0,15\cdot 0,70=0,40$ $\to$ El 40% de los alumnos elige robótica.

**36**. Murcia, septiembre 17

**CUESTIÓN B.5:** [1 punto] Sean $A$ y $B$ dos sucesos aleatorios tales que: $P(A)=\frac{3}{5}$, $P(B)=\frac{7}{10}$, $P(\bar{A}\cap\bar{B})=\frac{1}{10}$. Calcule: $P(A\cup B)$, $P(A\cap B)$, $P(\bar{B}/A)$. (Donde, si $C$ y $D$ son sucesos $\bar{C}$ denota el suceso complementario de $C$ y $P(C/D)$ denota la probabilidad del suceso $C$ condicionada al suceso $D$).

Solución:

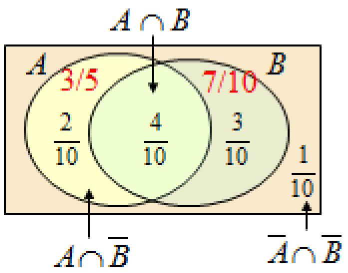
$$\to P(\bar{A}\cap\bar{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B) \Rightarrow \frac{1}{10}=1-P(A\cup B)\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{9}{10} .$$

$$\to \text{Como } P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9}{10}=\frac{3}{5}+\frac{7}{10}-P(A\cap B) \Rightarrow P(A\cap B)=\frac{4}{10}.$$

$\to$ Como $P(A\cap\bar{B})=P(A)-P(A\cap B)=\frac{3}{5}-\frac{4}{10}=\frac{1}{5}$, aplicando la fórmula de la probabilidad condicionada:

$$P(\bar{B}/A)=\frac{P(A\cap\bar{B})}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{3}.$$




Se puede hacer el diagrama de Venn adjunto.

$\to$ Navarra, junio y julio 17. No se ha propuesto ninguna pregunta de Probabilidad.

$\to$ País Vasco, junio y julio17. No se ha propuesto ninguna pregunta de Probabilidad.