

### Soluciones de los problemas propuestos

1. Halla el intervalo solución de las siguientes inecuaciones:

a)  $-x + 2 < 3$ ;      b)  $\frac{x-1}{2} \geq x + 3$ ;      c)  $2x \leq 3 + 5x$ ;      d)  $2x - 2 - \frac{2-3x}{5} \geq x + \frac{1}{2}$ .

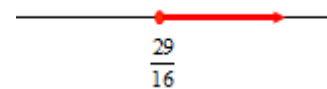
Solución:

a)  $-x + 2 < 3 \rightarrow$  (se trasponen la  $x$  y el 3)  $\rightarrow 2 - 3 < x \Rightarrow x > -1$ . Intervalo  $(-1, +\infty)$ .

b)  $\frac{x-1}{2} \geq x + 3 \rightarrow$  (se multiplica por 2)  $\rightarrow 2 \cdot \frac{x-1}{2} \geq 2(x+3) \Rightarrow x-1 \geq 2x+6 \rightarrow$   
 (se trasponen la  $x$  y el 6)  $\rightarrow -1-6 \geq 2x-x \Rightarrow -7 \geq x \Rightarrow x \leq -7$ . Intervalo  $[-7, +\infty)$ .

c)  $2x \leq 3 + 5x \rightarrow$  (se trasponen  $2x$  y 3)  $\rightarrow -3 \leq 5x - 2x \Rightarrow -3 \leq 3x \Rightarrow -1 \leq x \Rightarrow x \geq -1 \rightarrow [-1, +\infty)$ .

d)  $2x - 2 - \frac{2-3x}{5} \geq x + \frac{1}{2} \rightarrow$  (se multiplica por 10, después se trasponen términos, se agrupa y se despeja)  $\rightarrow 20x - 20 - 2(2-3x) \geq 10x + 5 \Rightarrow 20x - 10x + 6x \geq 5 + 20 + 4 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 16x \geq 29 \Rightarrow x \geq \frac{29}{16}$ .



2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $x^2 - 3 > 0$ ;      b)  $1 - x^2 > 0$ ;      c)  $2x^2 - 6x \leq 0$ ;      d)  $(x+3)(2x-5) < 0$ ;  
 e)  $x^2 + 5x - 14 < 0$ ;      f)  $2x^2 - 4x + 2 \geq 0$ ;      g)  $x^2 + 2 < 0$ ;      h)  $x^3 \leq -8$ .

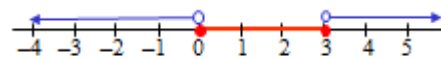
Solución:

a)  $x^2 - 3 > 0 \Rightarrow x^2 > 3 \Rightarrow x > \sqrt{3}$  o  $x < -\sqrt{3}$ . Intervalo  $x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ .

b)  $1 - x^2 > 0 \Rightarrow 1 > x^2 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$ .

c)  $2x^2 - 6x \leq 0 \Rightarrow 2x(x-3) \leq 0$ .

Las soluciones de la ecuación  $2x(x-3) = 0$  son  $x = 0$  y  $x = 3$ .



Puede hacerse una tabla como la siguiente.

Intervalo	$(-\infty, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
Signo de $2x$	-	+	+
Signo de $(x-3)$	-	-	+
Signo de $2x(x-3)$	$(-)(-) \rightarrow (+)$	$(+)(-) \rightarrow (-)$	$(+)(+) \rightarrow (+)$

En consecuencia, las soluciones de la inecuación  $2x^2 - 6x \leq 0$  son:  $x \in [0, 3]$ .

d)  $(x+3)(2x-5) < 0 \rightarrow$  los factores se anulan en  $x = -3$  y  $x = 5/2$ , respectivamente.

Se consideran los intervalos  $(-\infty, -3)$ ,  $(-3, 5/2)$  y  $(5/2, +\infty)$

Los signos de los factores  $(x+3)$   $(2x-5)$  son, respectivamente:

$(-)(-) \rightarrow (+)$      $(+)(-) \rightarrow (-)$      $(+)(+) \rightarrow (+)$

En consecuencia, las soluciones de la inecuación  $(x+3)(2x-5) < 0$  son:  $x \in (-3, 5/2)$ .

e)  $x^2 + 5x - 14 < 0$ .

Resolviendo la ecuación  $x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 + 4 \cdot 14}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2} = \begin{cases} -7 \\ 2 \end{cases}$ .

Hay que estudiar el signo de  $x^2 + 5x - 14 = (x + 7)(x - 2)$ :

Se consideran los intervalos  $(-\infty, -7)$ ,  $(-7, 2)$  y  $(2, +\infty)$ .

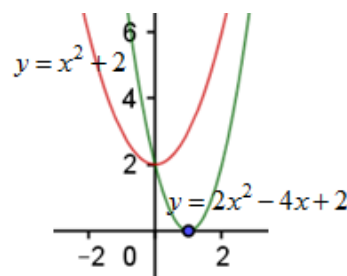
Los signos de los factores  $(x + 7)$  y  $(x - 2)$  son, respectivamente:

$(-)(-) \rightarrow (+)$     $(+)(-) \rightarrow (-)$     $(+)(+) \rightarrow (+)$

Las soluciones de la inecuación  $x^2 + 5x - 14 < 0$  son los valores de  $x \in (-7, 2)$ .

f)  $2x^2 - 4x + 2 \geq 0 \rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{-8}}{4} \rightarrow$  nunca se hace 0.

Si  $2x^2 - 4x + 2$  nunca se hace 0, entonces, o siempre es positiva o, por el contrario, siempre será negativa. Como para  $x = 0$  su valor es  $2 > 0$ ,  $2x^2 - 4x + 2 \geq 0$  siempre: para todo  $x \in \mathbf{R}$ .



g)  $x^2 + 2 < 0 \rightarrow$  no tiene solución: el cuadrado de cualquier número,  $x$ , siempre es positivo; si se le suma 2, lo seguirá siendo.

Observación para f) y g): las gráficas de las parábolas  $y = 2x^2 - 4x + 2$  e  $y = x^2 + 2$  nunca toman valores negativos.

h)  $x^3 \leq -8 \rightarrow x \leq \sqrt[3]{-8} \Rightarrow x \leq -2$ .

**3. Resolver las siguientes inecuaciones de tercer grado:**

a)  $(x + 2)(x^2 - 4x) \geq 0$       b)  $(x - 1)(1 + x^2) > 0$       c)  $(x - 1)(x - 3)(x - 5) < 0$

Solución:

En todos los casos hay que estudiar los signos de los factores.

a)  $(x + 2)(x^2 - 4x) \geq 0$ .

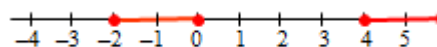
1) Se continua la descomposición factorial:

$(x + 2)(x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 4)x = 0$ .

2) Se representan las raíces  $x = -2$ ,  $x = 0$  y  $x = 4$ .

Se obtienen los intervalos:

$x < -2$ ,    $-2 < x < 0$ ,    $0 < x < 4$ ,    $x > 4$



3) Los signos de los factores de  $(x + 2)(x - 5)x$  son, respectivamente:

$(-)(-)(-) \rightarrow (-)$     $(+)(-)(-) \rightarrow (+)$     $(+)(-)(+) \rightarrow (-)$     $(+)(+)(+) \rightarrow (+)$

Los extremos de los intervalos cumplen la igualdad a 0.

4) En consecuencia, las soluciones de la inecuación son:  $-2 \leq x \leq 0$  o  $x \geq 4$ .

b)  $(x - 1)(1 + x^2) > 0$ .

El segundo factor siempre es positivo; por tanto, la solución serán todos los valores que verifiquen la inecuación  $x - 1 > 0$ . Intervalo  $x > 1$ :  $(1, +\infty)$ .

c)  $(x-1)(x-3)(x-5) < 0$ .

Puede recurrirse a la tabla:

Intervalo	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, 5)$	$(5, +\infty)$
Signo de $(x-1)$	-	+	+	+
Signo de $(x-3)$	-	-	+	+
Signo de $(x-5)$	-	-	-	+
Signo $(x-1)(x-3)(x-5)$	$(-)(-)(-) \rightarrow (-)$	$(+)(-)(-) \rightarrow (+)$	$(+)(+)(-) \rightarrow (-)$	$(+)(+)(+) \rightarrow (+)$

En consecuencia, las soluciones de la inecuación son:  $x < 1$  o  $3 < x < 5 \rightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (3, 5)$ .

4. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $\frac{x-5}{x+2} < 0$ ;      b)  $\frac{x-5}{x+2} \geq 0$ ;      c)  $\frac{2x-3}{x+2} > 1$ ;      d)  $\frac{x-3}{x^2} \geq 0$ ;      e)  $\frac{x+6}{x+2} - x \leq 0$ .

Representa gráficamente el conjunto de soluciones.

Solución:

a) Para resolver la inecuación  $\frac{x-5}{x+2} < 0$ :

1) Se resuelven las ecuaciones  $x-5=0$  ( $\rightarrow x=5$ ) y  $x+2=0$  ( $\rightarrow x=-2$ ).

Se marcan ambas soluciones en la recta; determinan los intervalos:

$(-\infty, -2)$ ;  $(-2, 5)$ ;  $(5, +\infty)$ .



2) Se estudia el signo del numerador y denominador en cada intervalo:

- Si  $x < -2$ , tanto el numerador como el denominador son negativos  $\rightarrow$  cociente positivo.
- Si  $-2 < x < 5$ , el numerador es positivo y el denominador negativo  $\rightarrow$  cociente negativo.
- Si  $x > 5$ , el numerador y el denominador son positivos  $\rightarrow$  cociente positivo.

3) Por tanto, el intervalo solución de la inecuación dada es  $(-2, 5)$ .

b) La inecuación  $\frac{x-5}{x+2} \geq 0$  es la contraria de  $\frac{x-5}{x+2} < 0$ .

Por tanto, sus soluciones son los valores de  $x \in (-\infty, -2) \cup [5, +\infty)$ .

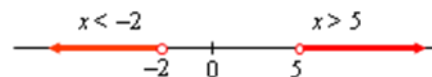
(En  $x = -2$  la inecuación no tiene sentido).

c) Hay que expresar la inecuación dada en la forma  $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$ , para comparar el cociente con 0.

Después se procede como en los casos anteriores.

$$\frac{2x-3}{x+2} > 1 \Rightarrow \frac{2x-3}{x+2} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-3-x-2}{x+2} > 0 \Rightarrow \frac{x-5}{x+2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x-5 > 0 \text{ y } x+2 > 0 \\ x-5 < 0 \text{ y } x+2 < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 5 \Rightarrow x \in (5, +\infty) \\ x < -2 \Rightarrow x \in (-\infty, -2) \end{cases}$$



d)  $\frac{x-3}{x^2} \geq 0 \rightarrow$  Hay que observar que el denominador nunca es negativo (teniendo en cuenta que se anula en  $x = 0$ ). Por tanto, el signo del cociente solo depende del numerador, que se anula en  $x = 3$ . Los intervalos que hay que considerar son:  $(-\infty, 0)$ ;  $(0, 3)$ ;  $(3, +\infty)$ .

Los signos, respectivamente, son los que se indican:  $\frac{(-)}{(+)} \rightarrow (-)$ ;  $\frac{(-)}{(-)} \rightarrow (+)$ ;  $\frac{(+)}{(+)} \rightarrow (+)$

La solución es el intervalo  $[3, +\infty)$ .

e)  $\frac{x+6}{x+2} - x \leq 0 \rightarrow$  (operando)  $\rightarrow \frac{x+6-x(x+2)}{x+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{-x^2-x+6}{x+2} \leq 0 \rightarrow$  (se descompone en factores el numerador:  $-x^2-x+6 = -(x+3)(x-2) \rightarrow \frac{-(x+3)(x-2)}{x+2} \leq 0$ .

Conviene “darle la vuelta” y expresarla así:  $\frac{(x+3)(x-2)}{x+2} \geq 0$ .

El numerador se anula en  $x = -3$  y  $x = 2$ ; el denominador lo hace en  $x = -2$ .

Hay que considerar los intervalos:  $(-\infty, -3)$ ;  $(-3, -2)$ ;  $(-2, 2)$ ;  $(2, +\infty)$ .

En esquema, los signos que se corresponden con cada uno de esos intervalos, respectivamente, son:

$$\frac{(-) \cdot (-)}{(-)} \rightarrow (-); \quad \frac{(+)\cdot(-)}{(-)} \rightarrow (+); \quad \frac{(+)\cdot(-)}{(+)} \rightarrow (-); \quad \frac{(+)\cdot(+)}{(+)} \rightarrow (+)$$

Las soluciones de  $\frac{x+6}{x+2} - x \leq 0$  son los valores de  $x \in (-\infty, -3) \cup (-2, 2)$ .

5. Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto:

a)  $|2x+1| \leq 5$       b)  $|x+2| \geq 4$       c)  $|x+1| > 3$       d)  $|x^2-2| < 1$       e)  $|x^2-2x| < 1$

Solución:

a)  $|2x+1| \leq 5 \rightarrow$  debe cumplirse, a la vez, que  $-5 \leq 2x+1 \leq 5$ .

Restando 1 a los tres miembros y despejando:

$$-5-1 \leq 2x \leq 5-1 \Rightarrow -6 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow -3 \leq x \leq 2 \rightarrow \text{Intervalo } [-3, 2].$$

b)  $|x+2| \geq 4 \rightarrow$  debe cumplirse alguna de las dos inecuaciones:  $\begin{cases} x+2 \leq -4 \\ x+2 \geq 4 \end{cases}$ .

Despejando:  $\begin{cases} x \leq -6 \\ x \geq 2 \end{cases} \rightarrow$  valores de  $x \in (-\infty, -6] \cup [2, +\infty)$ .

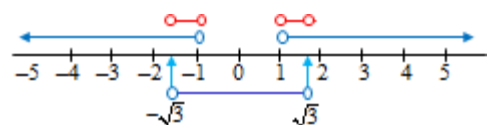
c)  $|x+1| > 3 \rightarrow$  debe cumplirse alguna de las dos inecuaciones:  $\begin{cases} x+1 < -3 \\ x+1 > 3 \end{cases}$ .

Despejando:  $\begin{cases} x < -4 \\ x > 2 \end{cases} \rightarrow$  valores de  $x \in (-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$ .

d)  $|x^2-2| < 1 \rightarrow$  debe cumplirse, a la vez, que  $\begin{cases} x^2-2 > -1 \\ x^2-2 < 1 \end{cases}$ .

Despejando:  $\begin{cases} x^2 > 1 \rightarrow -1 < x; x > 1 \\ x^2 < 3 \rightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \end{cases}$ .

Los puntos comunes son  $x \in (-\sqrt{3}, -1) \cup (1, \sqrt{3})$ .



e)  $|x^2-2x| < 1 \rightarrow$  debe cumplirse, a la vez, que  $\begin{cases} x^2-2x > -1 \\ x^2-2x < 1 \end{cases}$ .

Despejando:  $\begin{cases} x^2-2x+1 > 0 \rightarrow x \neq 1 \\ x^2-2x-1 < 0 \rightarrow 1-\sqrt{2} < x < 1+\sqrt{2} \end{cases}$ .

Las soluciones de la ecuación  $x^2 - 2x - 1 = 0$  son:  $x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} 1 - \sqrt{2} \\ 1 + \sqrt{2} \end{cases}$ .

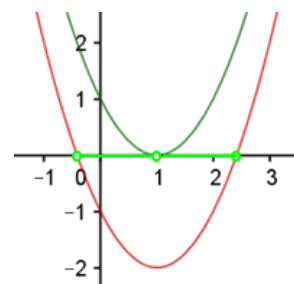
Los puntos comunes son:  $x \in (1 - \sqrt{2}, 0) \cup (0, 1 + \sqrt{2})$ .

Si se representan las parábolas  $y = x^2 - 2x + 1$  e  $y = x^2 - 2x - 1$ , se observa:

1)  $y = x^2 - 2x + 1$  siempre es positiva; menos en  $x = 0$ , que vale 0.

2)  $y = x^2 - 2x - 1$  es negativa en el intervalo  $(1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$ .

Los puntos que cumplen ambas condiciones son los indicados.



**6. Resuelve las siguientes inecuaciones:**

- a)  $\sqrt{2x+1} \geq 3$       b)  $\sqrt{x-1} < 4$       c)  $\sqrt{x^2+9} < 5$       d)  $\sqrt{x^2-5} \geq 2$

Solución:

En todos los casos conviene elevar al cuadrado. Después de resueltas las inecuaciones que se obtengan hay que comprobar que las soluciones tienen sentido.

a)  $\sqrt{2x+1} \geq 3 \Rightarrow 2x+1 \geq 9 \Rightarrow 2x \geq 8 \Rightarrow x \geq 4$ .

b)  $\sqrt{x-1} < 4 \Rightarrow 0 \leq x-1 < 16 \Rightarrow 1 \leq x < 17 \rightarrow x \in [1, 17)$ .

Un error frecuente es olvidar que el radicando tiene que ser mayor o igual que 0.

c)  $\sqrt{x^2+9} < 5 \Rightarrow 0 \leq x^2+9 < 25 \Rightarrow -9 \leq x^2 < 16$ .

La desigualdad  $-9 \leq x^2$  se cumple siempre.

La desigualdad  $x^2 < 16$  se cumple si  $-4 < x < 4$ .

Las dos a la vez cuando  $x \in (-4, 4)$ .

d)  $\sqrt{x^2-5} \geq 2 \Rightarrow x^2-5 \geq 4 \Rightarrow x^2 \geq 9 \rightarrow x$  debe ser menor o igual que  $-3$ , o mayor o igual que  $3$ .

La solución son los valores de  $x \in (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$ .

**7. a) Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:**

$$\begin{cases} x + 2y \geq 20 \\ 5x + 2y \geq 36 \end{cases}$$

Indica el vértice de la región de soluciones.

b) De los puntos  $P(2, 11)$ ,  $Q(10, 7)$  y  $R(2, 5)$ , indica los que no sean solución, explicando el porqué.

Solución:

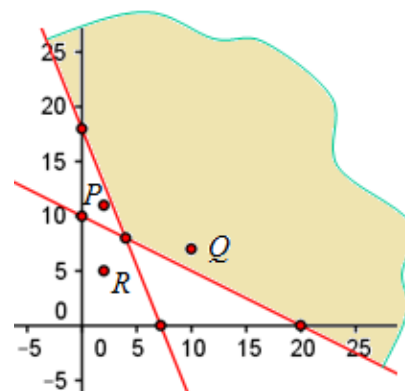
a) Las inecuaciones  $x + 2y \leq 20$  y  $5x + 2y \geq 36$ , determinan la región del plano sombreada en la figura adjunta. Se obtiene representando las rectas:

- $x + 2y = 20 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 10 \rightarrow$  puntos  $(0, 10)$  y  $(20, 0)$ .

Como  $(0, 0)$  no cumple la inecuación, los puntos solución de  $x + 2y \leq 20$  son los de semiplano de la derecha.

- $5x + 2y = 36 \Leftrightarrow y = -\frac{5}{2}x + 18 \rightarrow$  puntos  $(0, 18)$  y  $(7, 2, 0)$ .

Como  $(0, 0)$  no cumple la inecuación, los puntos solución de



$5x + 2y \geq 36$  son los de semiplano de la derecha.

El vértice es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 20 \\ 5x + 2y = 36 \end{cases} \Rightarrow x = 4; y = 8. \text{ Punto } (4, 8).$$

b) El único punto que está en la región de soluciones es  $Q(10, 7)$ .

El punto  $P(2, 11)$  cumple solo la segunda restricción; mientras que  $R(2, 5)$  no cumple ninguna de las dos.

8. En la figura adjunta, las rectas  $2x - y = 4$  y  $3x + 2y = 6$  dividen el plano en cuatro regiones: (1); (2); (3) y (4).

Escribe, para cada región, el sistema de inecuaciones que la determina.

Solución:

Pueden tomarse puntos que estén en cada una de esas regiones y ver qué valor toman "en" cada recta: si toman valores menores que 4 o 6, respectivamente, significaría que cumplen las inecuaciones  $2x - y < 4$  y  $3x + 2y < 6$ .

Si sus valores son mayores, significaría lo contrario.

• Comenzamos con  $A = (6, 0)$ , que está en la región (1).

En  $2x - y = 4 \rightarrow 12 - 0 = 12 > 4 \Rightarrow A = (6, 0)$  es del semiplano  $2x - y > 4$ .

En  $3x + 2y = 6 \rightarrow 18 + 0 = 18 > 6 \Rightarrow A = (6, 0)$  es del semiplano  $3x + 2y > 6$ .

Por tanto, la región (1) queda determinada por el sistema  $\begin{cases} 2x - y > 4 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$ .

• El punto  $B = (0, 7)$ , que está en la región (2), cumple:

En  $2x - y = 4 \rightarrow 0 - 7 = -7 < 4 \Rightarrow B = (0, 7)$  es del semiplano  $2x - y < 4$ .

En  $3x + 2y = 6 \rightarrow 0 + 14 = 14 > 6 \Rightarrow B = (0, 7)$  es del semiplano  $3x + 2y > 6$ .

Por tanto, la región (2) queda determinada por el sistema  $\begin{cases} 2x - y < 4 \\ 3x + 2y > 6 \end{cases}$ .

• El punto  $C = (-5, -5)$ , que está en la región (3), cumple:

En  $2x - y = 4 \rightarrow -10 + 5 = -5 < 4 \Rightarrow C = (-5, -5)$  es del semiplano  $2x - y < 4$ .

En  $3x + 2y = 6 \rightarrow -15 - 10 = -25 < 6 \Rightarrow C = (-5, -5)$  es del semiplano  $3x + 2y < 6$ .

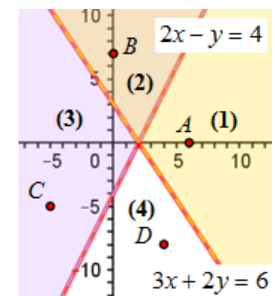
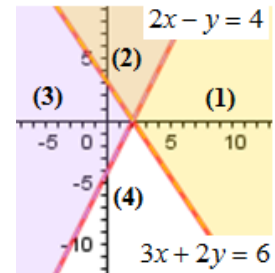
Por tanto, la región (3) queda determinada por el sistema  $\begin{cases} 2x - y < 4 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$ .

• El punto  $D = (4, -8)$ , que está en la región (4), cumple:

En  $2x - y = 4 \rightarrow 8 + 8 = 16 > 4 \Rightarrow D = (4, -8)$  es del semiplano  $2x - y > 4$ .

En  $3x + 2y = 6 \rightarrow 12 - 16 = -4 < 6 \Rightarrow D = (4, -8)$  es del semiplano  $3x + 2y < 6$ .

Por tanto, la región (4) queda determinada por el sistema  $\begin{cases} 2x - y > 4 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$ .



9. Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema:

a)  $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$ ;    b)  $\begin{cases} -x + 2y \leq 4 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$ ;    c)  $\begin{cases} 2x + y \leq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ ;    d)  $\begin{cases} x \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$ ;    e)  $\begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$ .

Solución:

a)  $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases} \rightarrow$  El conjunto de soluciones se indica en la figura adjunta.

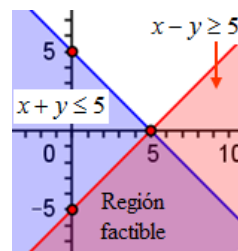
• Puntos de  $x + y = 5 \rightarrow (0, 5)$  y  $(5, 0)$ .

Como  $(0, 0)$  cumple la inecuación  $x + y \leq 5$ , los puntos solución son los de semiplano de la izquierda.

- Puntos de  $x - y = 5 \rightarrow (0, -5)$  y  $(5, 0)$ .

Como  $(0, 0)$  no cumple la inecuación  $x - y \geq 5$ , los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

La intersección de ambos semiplanos es la región factible.



$$b) \begin{cases} -x + 2y \leq 4 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$$

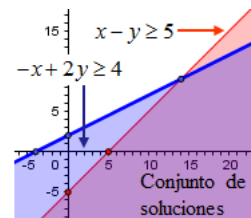
- Puntos de  $-x + 2y = 4 \rightarrow (0, 2)$  y  $(-4, 0)$ .

Como  $(0, 0)$  cumple la inecuación  $-x + 2y \leq 4$ , los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

- Puntos de  $x - y = 5 \rightarrow (0, -5)$  y  $(5, 0)$ .

Como  $(0, 0)$  no cumple la inecuación  $x - y \geq 5$ , los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

El conjunto de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es el indicado en la figura.



$$c) \begin{cases} 2x + y \leq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$$

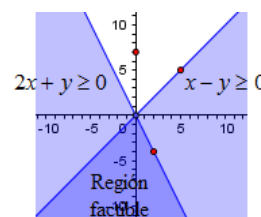
- Puntos de  $2x + y = 0 \rightarrow (0, 0)$  y  $(2, -4)$ .

Como  $(0, 7)$  no cumple la inecuación  $2x + y \leq 0$ , los puntos solución son los de semiplano de la izquierda.

- Puntos de  $x - y = 0 \rightarrow (0, 0)$  y  $(5, 5)$ .

Como  $(0, 7)$  no cumple la inecuación  $x - y \geq 0$ , los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

La región de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es la indicada en la figura.



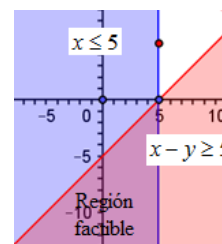
$$d) \begin{cases} x \leq 5 \\ x - y \geq 5 \end{cases}$$

- El semiplano solución de  $x \leq 5$  es el situado a la izquierda de la recta vertical  $x = 5$

- Puntos de  $x - y = 5 \rightarrow (0, -5)$  y  $(5, 0)$ .

Como  $(0, 0)$  no cumple la inecuación  $x - y \geq 5$ , los puntos solución son los de semiplano de la derecha.

La región de soluciones, que es la intersección de ambos semiplanos, es la indicada en la figura.

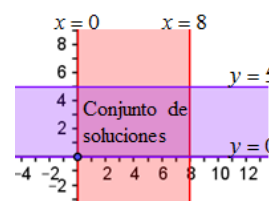


$$e) \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$$

- Los puntos del plano que verifican las condiciones  $0 \leq x \leq 8$  son los situados entre las rectas verticales  $x = 0$  y  $x = 8$ .

- Los puntos del plano que verifican las condiciones  $0 \leq y \leq 5$  son los de la franja comprendida entre las rectas horizontales  $y = 0$  e  $y = 5$ .

La región de soluciones es el rectángulo de la figura.



10. Representa gráficamente el conjunto de soluciones correspondiente al sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 5x - 2y \geq 10 \\ x + y \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases} .$$

Indica los vértices de la región de soluciones.

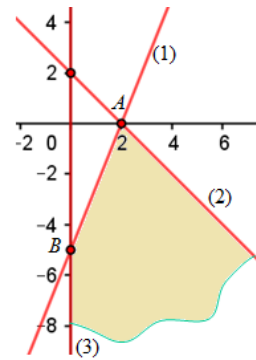
Solución:

La inecuación  $5x - 2y \geq 10$  determina el semiplano que está a la derecha de la recta  $5x - 2y = 10 \rightarrow (1)$ . Dos de sus puntos son  $(2, 0)$  y  $(0, -5)$

La inecuación  $x + y \leq 2$  determina el semiplano que está por debajo (a la izquierda) de la recta  $x + y = 2 \rightarrow (2)$ . Dos de sus puntos son  $(2, 0)$  y  $(0, 2)$ .

La inecuación  $x \geq 0$  determina el semiplano que está a la derecha de la recta  $x = 0 \rightarrow (3)$ .

En todos los casos se incluyen los puntos de las rectas.



Por tanto, la región de soluciones es la sombreada en la figura adjunta.

Los vértices son los puntos  $A$  y  $B$ . Sus coordenadas se calculan resolviendo los sistemas:

$$\begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ x + y = 2 \end{cases} \rightarrow A(2, 0); \quad \begin{cases} 5x - 2y = 10 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow B(-5, 0).$$