

# Versuch 606 – Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Marco Lafrentz      Philipp Leser

03.01.2006 – Abtestiert am 23.01.2006

Ziel des durchgeführten Versuchs ist die Untersuchung der Suszeptibilität verschiedener paramagnetischer Substanzen sowie der Durchlasskurve eines Selektivverstärkers.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>2</b>
2.1. Der Zusammenhang zwischen $\chi$ und dem Gesamtdrehimpuls $J$ . . .	2
2.2. Berechnung des Gesamtdrehimpulses $J$ mit den HUND'schen Regeln	4
<b>3. Durchführung</b>	<b>4</b>
3.1. Messung der Suszeptibilität mit einer Brückenschaltung . . . . .	4
3.2. Die Güte des Selektivverstärkers . . . . .	6
<b>4. Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1. Filterkurve des Selektiv-Verstärkers . . . . .	6
4.2. Suszeptibilität $\chi$ von Oxiden einiger Seltener-Erd-Elemente . . . . .	8
4.2.1. Neodym $Nd_2O_3$ . . . . .	11
4.2.2. Gadolinium $Gd_2O_3$ . . . . .	12
4.2.3. Dysprosium $Dy_2O_3$ . . . . .	13
4.2.4. Zusammenfassung . . . . .	14
<b>A. Anhang</b>	<b>14</b>
A.1. Literatur . . . . .	14
A.2. Messdaten . . . . .	14

# 1. Einleitung

Paramagnetismus bezeichnet eine materialabhängige Veränderung eines Magnetfelds  $\vec{B}$ , die aus magnetischen Momenten eines nicht-verschwindenden Gesamtdrehimpulses des betrachteten Atoms hervorgerufen wird. Ionen Seltener Erden sind paramagnetische Stoffe und werden deshalb in diesem Versuch für Messungen genutzt. Im theoretischen Teil wird ein geschlossener Ausdruck für die paramagnetische Suszeptibilität  $\chi$  aus der Quantenmechanik hergeleitet, der schließlich in der Auswertung des Versuchs mit gemessenen Werten für  $\chi$  verglichen wird.

Zusätzlich wird das Durchlassverhalten eines Selektivverstärkers gemessen und die Güte bestimmt. Dieser Verstärker wird im Versuch aufgrund der sehr geringen und stark gestörten Messspannungen benutzt.

## 2. Theorie

Bei Anwesenheit von Materie im Magnetfeld besteht ein komplizierter Zusammenhang<sup>1</sup> zwischen der magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$  und der Flussdichte  $\vec{B}$ , der über die Suszeptibilität  $\chi$  hergestellt wird ( $\mu_0$  ist die Induktionskonstante,  $T$  eine Temperatur):

$$\vec{B} = \left\{ 1 + \chi(\vec{H}, T, \dots) \right\} \mu_0 \vec{H}$$

In diesem Experiment werden paramagnetische Substanzen betrachtet. Der Paramagnetismus entsteht durch die Orientierung von mit dem Drehimpuls der Atome gekoppelten magnetischen Momenten relativ zu einem anliegenden äußeren Feld.

### 2.1. Der Zusammenhang zwischen $\chi$ und dem Gesamtdrehimpuls $J$

Der Gesamtdrehimpuls eines Atoms, von dem die Größe der Suszeptibilität wesentlich abhängt, besteht aus drei Komponenten:

- **Dem Kerndrehimpuls.** Diese Größe ist für die in diesem Experiment herzuleitenden Zusammenhänge nicht relevant und wird daher vernachlässigt.
- **Dem Bahndrehimpuls der Elektronenhülle.** Der Gesamtbahndrehimpuls wird mit  $\vec{L}$  bezeichnet und setzt sich aus den Bahndrehimpulsen der einzelnen Elektronen zusammen:  $\vec{L} = \sum \vec{\ell}_i$ .
- **Dem Spin der Elektronen.** Man benötigt die Summe  $\vec{S} = \sum \vec{s}_i$  der Spins der Hüllenelektronen.

Die sogenannte LS-Kopplung liefert schließlich den Gesamtdrehimpuls

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}.$$

---

<sup>1</sup>Die folgende Gleichung ist deshalb sehr pauschal.  $\chi$  kann von sehr vielen Parametern, unter anderem dem  $\vec{H}$ -Feld und der Temperatur  $T$  abhängen.

Dieser Gesamtdrehimpuls wird nun mit dem daraus resultierenden magnetischen Moment in Verbindung gebracht. Dazu beachte man zunächst die magnetischen Momente  $\vec{\mu}_{L,S}$  der Komponenten der LS-Kopplung:

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

Hierbei ist  $\hbar = h/2\pi$  mit  $h$  als PLANCK'schem Wirkungsquantum,  $\mu_B$  ist das BOHR'sche Magneton  $\mu_B = \frac{e_0}{2m_0} \hbar$  ( $e_0$  ist die Elementarladung,  $m_0$  die Elektronenmasse) und  $g_S$  ist schließlich das sogenannte gyromagnetische Verhältnis des freien Elektrons. Für die Beträge dieser Momente folgt aus quantenmechanischen Rechnungen

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}$$

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}.$$

Die Bedingung, dass nur zum Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  parallele Komponenten der magnetischen Momente in das Gesamtmoment einfließen, ergibt nach den nötigen Vektorprojektionen und einiger Geometrie

$$|\vec{\mu}_J| \approx \mu_B \sqrt{J(J+1)} g_J.$$

Dieses Ergebnis ist genähert, da das gyromagnetische Verhältnis des freien Elektrons  $g_S$  im LANDÉ-Faktor  $g_J$  gleich 2 gesetzt wurde:

$$g_J := \frac{3J(J+1) + [S(S+1) - L(L+1)]}{2J(J+1)}$$

Für den nächsten Schritt ist zu beachten, dass das Phänomen der Richtungsquantelung nicht beliebige Winkel zwischen dem äußeren Magnetfeld und der Lage des magnetischen Moments  $\vec{\mu}_J$  zulässt. Die  $2J+1$  Einstellmöglichkeiten in den Energieniveaus<sup>2</sup> gehorchen in ihrer Auftrittshäufigkeit einer BOLTZMANN-Verteilung. Für das mittlere magnetische Moment ist über alle Häufungen zu summieren und durch die Gesamthäufigkeit aller vorkommenden Orientierungen zu teilen.

Nach einer linearen Näherung der Exponentialfunktion in der BOLTZMANN-Verteilung, die bei hohen Temperaturen  $T$  gültig ist, folgt für die Suszeptibilität (hierbei ist  $N = 2N_A \rho_W / M_{\text{mol}}$  die Zahl der Momente pro Volumeneinheit mit  $N_A$  als AVOGADRO-Konstante, der Dichte  $\rho_W$ , der Molmasse  $M_{\text{mol}}$  und schließlich der BOLTZMANN-Konstanten  $k$ )

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3kT}. \quad (2.1)$$

<sup>2</sup>die aus der Richtungsquantelung folgende Aufspaltung in  $2J+1$  Energieniveaus bezeichnet man als ZEEMAN-Effekt.

## 2.2. Berechnung des Gesamtdrehimpulses $J$ mit den HUND'schen Regeln

Da in diesem Versuch Ionen Seltener Erden benutzt werden, müssen innere Elektronen der Ionen für den nichtverschwindenden Gesamtdrehimpuls verantwortlich sein. Die benutzten Seltene Erden haben mit steigender Ordnungszahl eine steigende Menge von 4f-Elektronen, also von Elektronen mit einem Bahndrehimpuls von maximal  $\ell = 3$ . Mit Hilfe der HUND'schen Regeln kann man dann den Gesamtdrehimpuls ermitteln. Die Regeln, die auf der elektrostatischen Abstoßung der Elektronen untereinander basieren, lauten im Einzelnen

1. Die Elektronenspins addieren sich zum maximalen nach dem PAULI-Prinzip<sup>3</sup> möglichem Gesamtspin  $S$ .
2. Die Bahndrehimpulse addieren sich zum maximalen Gesamtbahndrehimpuls  $L$ , erneut unter Berücksichtigung des PAULI-Prinzips und der ersten Regel.
3. Ist die Schale weniger als halb gefüllt, ist der Gesamtdrehimpuls  $J = L - S$ , sonst  $J = L + S$ .

Die Suszeptibilität lässt sich dann mit der Gleichung 2.1 berechnen.

## 3. Durchführung

Im Versuch soll die Suszeptibilität verschiedener Substanzen gemessen und mit den Werten verglichen werden, die die oben aufgeführte Theorie vorhersagt. Da die beobachtbaren Effekte des Paramagnetismus nur sehr klein sind, ist es zweckmäßig, auf eine Brückenschaltung zurückzugreifen, die Messungen mit einer hohen Empfindlichkeit ermöglicht. Die Benutzung einer monofrequenten Speisespannung ermöglicht zusätzlich den Einsatz eines Selektivverstärkers, der die benutzte Frequenz über das Rauschen hinausverstärken kann.

### 3.1. Messung der Suszeptibilität mit einer Brückenschaltung

Eine zylindrische Spule der Länge  $l$  und des Querschnitts  $F$  mit  $n$  Windungen wird mit einer Probe des Querschnitts  $Q$  gefüllt. Man erhält dann eine Induktivität

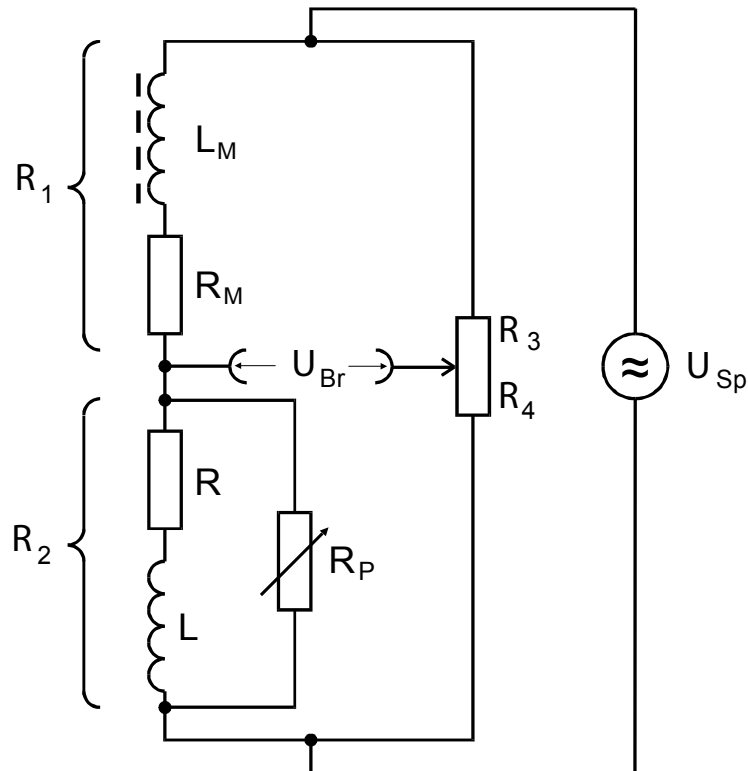
$$L_M = \mu_0 \frac{n^2 F}{l} + \chi \mu_0 \frac{n^2 Q}{l}.$$

Es wird eine Brückenschaltung (Abbildung 1) benutzt, die nun die Messung der Suszeptibilität auf zwei Arten ermöglicht:

- Die Brücke wird zunächst ohne Probe abgeglichen. Bei eingesetzter Probe wird darauf die Brückenspannung gemessen, aus der man dann die Suszeptibilität errechnen kann.<sup>4</sup>
- Die Brücke wird erst ohne, dann mit eingesetzter Probe ausgeglichen und die Suszeptibilität aus der Abgleichbedingung errechnet.

<sup>3</sup>Das PAULI-Prinzip besagt, dass Elektronen, die sich im gleichen Raum aufhalten nicht in allen Quantenzahlen übereinstimmen dürfen.

<sup>4</sup>In der Praxis erreicht man keine verschwindende Brückenspannung selbst bei einer abgeglichenen Brücke. Es wird daher auch diese Brückenspannung notiert.



**Abbildung 1:** Die benutzte Brückenschaltung. Die Probe wird in die gestrichelte Spule eingesetzt. [1]

Für die erste Methode wird ein Ausdruck für die Brückenspannung  $U_{Br}$  in Abhängigkeit von der Speisespannung  $U_{Sp}$  benötigt. Dieser kann mit den KIRCHHOFF-Regeln hergeleitet werden. Nach Einsetzen der benötigten Impedanzen erhält man insgesamt ( $\omega$  ist die Kreisfrequenz der Speisespannung,  $R$  der im Schaltbild zu findende Widerstand)

$$U_{Br} = \frac{\omega \mu_0 \chi n^2 Q}{4l} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \left( \mu_0 \frac{n^2}{l} F \right)^2}} U_{Sp}$$

$$\chi = \frac{U_{Br}}{U_{Sp}} \frac{4l}{\omega \mu_0 n^2 Q} \sqrt{R^2 + \omega^2 \left( \mu_0 \frac{n^2}{l} F \right)^2}.$$

Für hohe Messfrequenzen, auf die in diesem Versuch zurückgegriffen wird, erhält man im Grenzwert die Vereinfachung

$$\chi \approx 4 \frac{F}{Q} \frac{U_{Br}}{U_{Sp}}.$$

Um die zweite Methode benutzen zu können, benötigt man einen Ausdruck für  $\chi$  aus der Abgleichbedingung. Diese lautet

$$(R_M + i\omega L_M) R'_4 = (R + i\omega L) R'_3.$$

Hierbei ist  $R'_3 = R_3 + \Delta R$  und  $R'_4 = R_3 - \Delta R$  mit  $\Delta R$  als Differenz zwischen den Potentiometereinstellungen beim Abgleich ohne Probe und beim Abgleich mit Probe. Durch einige Umformungen erhält man schließlich

$$\chi = 2 \frac{\Delta R}{R_3} \frac{F}{Q}$$

### 3.2. Die Güte des Selektivverstärkers

Um die sehr kleinen Brückenspannungen messen zu können, wird ein Versuchsaufbau wie in Abbildung 2 benutzt, in dem das Signal zehnfach linear verstärkt und dann mit einem Selektivverstärker gefiltert und erneut um den Faktor 10 verstärkt wird. Für eine präzise Messung ist es wichtig, das Durchlassverhalten des Verstär-

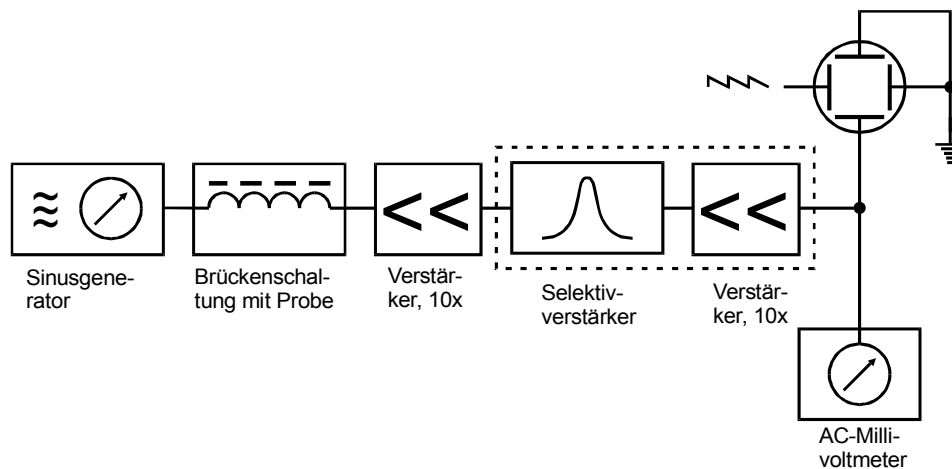


Abbildung 2: Versuchsaufbau für die Messung der Suszeptibilität [1]

kers zu kennen. Dazu wird das Verhältnis aus Eingangs- und Ausgangsspannung bei verschiedenen Frequenzen gemessen. Man erhält eine Lorenzkurve wie in Abbildung 3 dargestellt, aus der sich die Güte  $Q$  der Verstärkers ermitteln lässt (die  $\nu$  bezeichnen die in der Abbildung eingezeichneten Frequenzen):

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_+ - \nu_-} \quad (3.1)$$

In diesem Versuch wird ein Verstärker der Güte  $Q = 100$  benutzt.

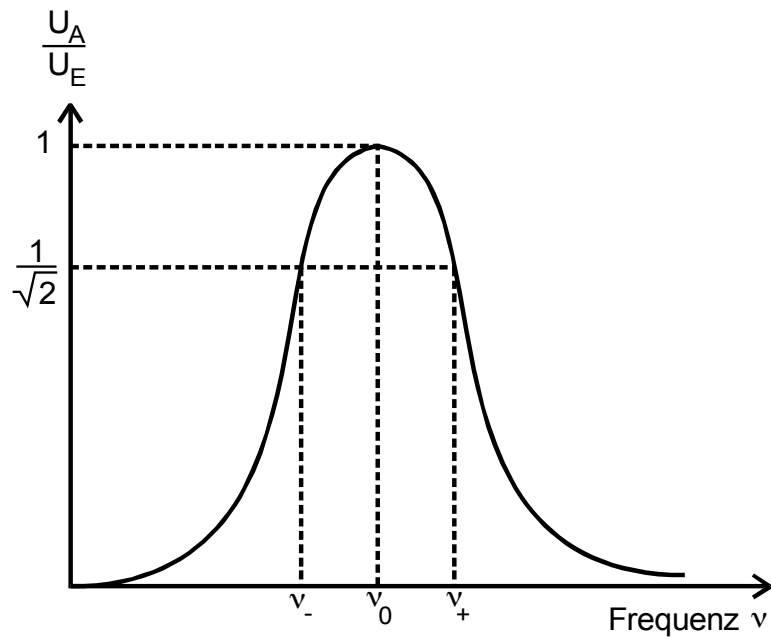
## 4. Auswertung

### 4.1. Filterkurve des Selektiv-Verstärkers

Die Messung der Filterkurve des benutzten Selektiv-Verstärkers ist der Tabelle 1 zu entnehmen und ist in der Abbildung 4 grafisch dargestellt. Der Abbildung entnimmt man eine tatsächliche Filterfrequenz von  $(34885 \pm 5)\text{Hz}$ . Im nächsten Teil

**Tabelle 1:** Messwerte für die Durchlasskurve des Selektivverstärkers

$f$ [Hz]	$U$ [mV]	$f$ [Hz]	$U$ [mV]	$f$ [Hz]	$U$ [mV]	$f$ [Hz]	$U$ [mV]
30000	32,0	33700	136,0	34920	778,0	36500	108,0
30100	32,8	33800	148,0	34930	771,0	36600	102,0
30200	33,5	33900	163,0	34940	764,0	36700	95,5
30300	34,2	34000	180,0	34950	755,0	36800	90,5
30400	35,0	34100	202,0	34960	745,0	36900	86,0
30500	36,0	34200	228,0	34970	735,0	37000	82,0
30600	36,8	34300	265,0	34980	722,0	37100	78,5
30700	37,5	34400	314,0	34990	710,0	37200	75,0
30800	38,5	34500	381,0	35000	695,0	37300	72,0
30900	39,5	34600	468,0	35010	682,0	37400	69,1
31000	40,8	34650	525,0	35020	670,0	37500	66,6
31100	41,8	34660	538,0	35030	655,0	37600	64,1
31200	43,0	34670	550,0	35040	642,0	37700	61,9
31300	44,2	34680	565,0	35050	628,0	37800	59,9
31400	45,5	34690	578,0	35060	613,0	37900	57,9
31500	47,0	34700	591,0	35070	600,0	38000	56,1
31600	48,3	34710	605,0	35080	588,0	38100	54,5
31700	50,0	34720	618,0	35090	572,0	38200	52,8
31800	51,5	34730	632,0	35100	561,0	38300	51,5
31900	53,2	34740	649,0	35110	549,0	38400	50,0
32000	55,2	34750	661,0	35120	535,0	38500	48,8
32100	57,2	34760	678,0	35130	525,0	38600	47,5
32200	59,5	34770	689,0	35140	513,0	38700	46,2
32300	62,0	34780	703,0	35150	502,0	38800	45,1
32400	64,5	34790	719,0	35200	455,0	38900	44,0
32500	67,2	34800	728,0	35300	372,0	39000	43,0
32600	70,2	34810	740,0	35400	312,0	39100	42,1
32700	73,5	34820	751,0	35500	268,0	39200	41,2
32800	77,0	34830	759,0	35600	235,0	39300	40,5
32900	81,2	34840	769,0	35700	204,0	39400	39,6
33000	85,8	34850	778,0	35800	184,0	39500	38,8
33100	90,5	34860	780,0	35900	167,0	39600	38,0
33200	96,2	34870	785,0	36000	153,0	39700	37,2
33300	102,5	34880	788,0	36100	141,0	39800	36,5
33400	109,0	34890	788,0	36200	131,0	39900	35,9
33500	117,0	34900	785,0	36300	122,0	40000	35,1
33600	126,0	34910	782,0	36400	114,0		



**Abbildung 3:** Durchlasskurve eines Selektivverstärkers [1]

wird dieses Ergebnis genutzt, um die Eingangsspannung auf diese Frequenz einzustellen. Die eingestellte Güte  $Q = 100$  entspricht nicht der Güte der gemessenen Filterkurve. Diese hat nach der Formel 3.1 eine Güte von ungefähr

$$Q = \frac{f_0}{f_+ - f_-} \approx 81.$$

(Es werden hierbei Werte aus der Messung für die Rechnung gewählt:  $f_0 = 34890\text{Hz}$ ,  $f_- = 34670\text{Hz}$  und  $f_+ = 35100\text{Hz}$ .)

#### 4.2. Suszeptibilität $\chi$ von Oxiden einiger Seltener-Erd-Elemente

Für jedes der drei Oxide  $Nd_2O_3$ ,  $Gd_2O_3$  und  $Dy_2O_3$  berechnen wir zunächst den theoretischen Wert für die Suszeptibilität mit Hilfe der Formel 2.1:

$$\chi_{\text{theo}} = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3k_B T}$$



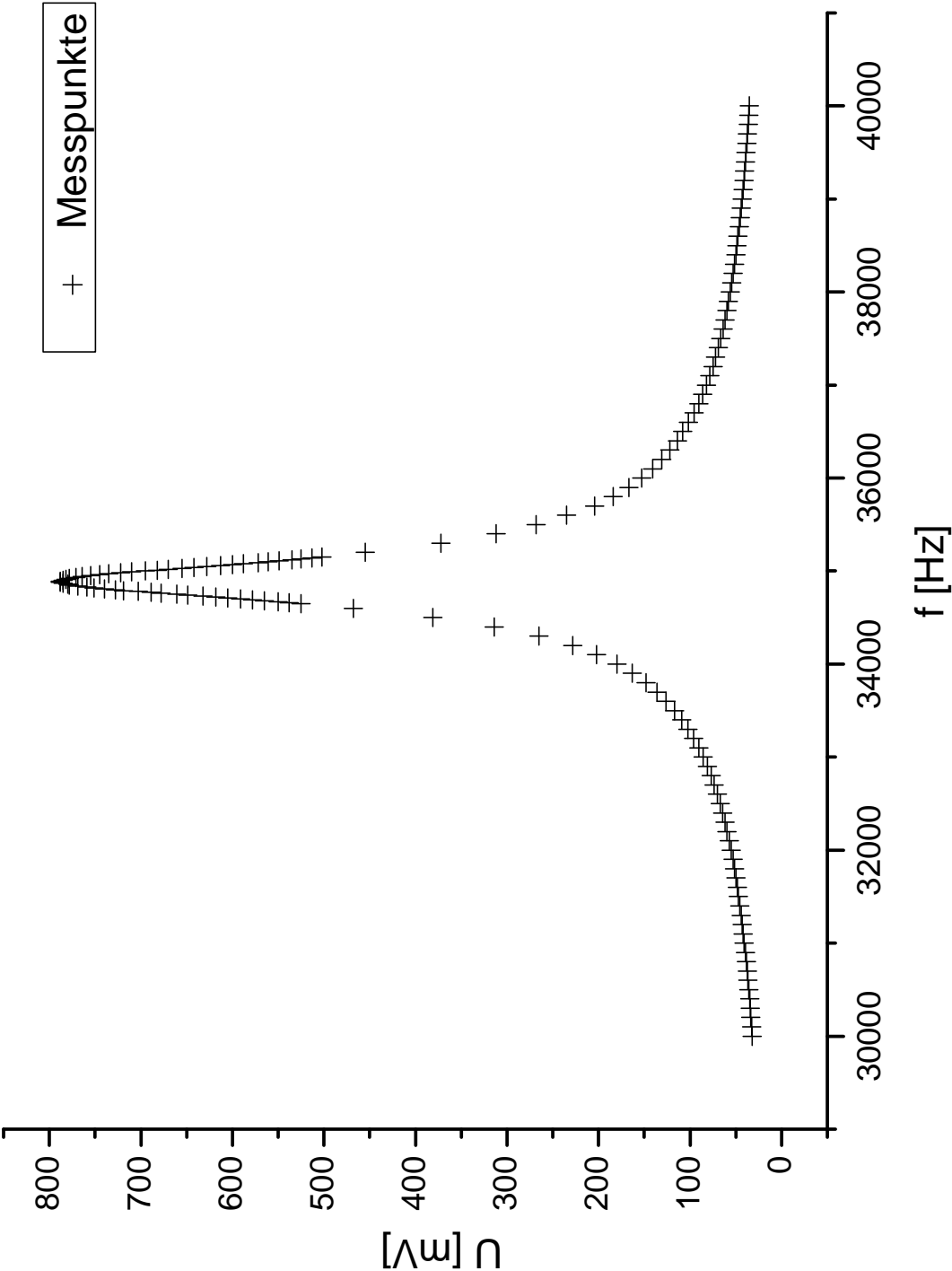


Abbildung 4: Durchlasskurve des Selektivverstärkers

Hierin sind

$T = 293\text{K}$	Pobentemperatur,
$\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}\text{N/A}^2$ (Bronstein[2])	magnetische Feldkonstante,
$\mu_b = 9,274 \cdot 10^{-24}\text{J/T}$ (Bronstein[2])	BOHRSCHE's Magneton,
$k_B = 1,381 \cdot 10^{-23}\text{J/K}$ (Bronstein[2])	BOLTZMANN-KONSTANTE,
$N = 2 \frac{\rho_w}{M_{\text{mol}}} N_A$	Momente pro Volumeneinheit,
$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}\text{mol}^{-1}$ (Bronstein[2])	AVOGADRO-Konstante,
$gJ = \frac{3J(J+1) + (S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)}$	LANDÉ-Faktor,
$J$	Gesamtdrehimpulsquantenzahl,
$S$	Spinquantenzahl,
$L$	Bahndrehimpulsquantenzahl.

Die Werte für  $S$ ,  $L$  und  $J$  sind für die jeweiligen Oxide noch nach den HUND'schen Regeln zu errechnen.

Im weiteren Verlaufe ermitteln wir die jeweilige Suszeptibilität auch experimentell. Wir verwenden hierzu zwei verschiedene Methoden. Zum einen berechnen wir  $\chi$  über die Differenz der Brückenspannung  $U_{Br}$  mit und ohne Probe  $\Delta U_{Br}$  ( $F = 86,6 \cdot 10^{-6}\text{m}^2$ ,  $Q = \frac{M}{\rho_w}$ ,  $U_{Sp} = 0,8\text{V}$ )

$$\chi_{\Delta U_{Br}} = 4 \frac{F}{Q} \frac{\Delta U_{Br}}{U_{Sp}},$$

zum anderen über die Differenz des Abglichelements mit und ohne Probe  $\Delta R$  ( $R_3 = 998 \text{ Ohm}$ )

$$\chi_{\Delta R} = 2 \frac{F}{Q} \frac{\Delta R}{R_3}.$$

Unsere Messapparatur verstärkt die Brückenspannung um den Faktor  $\frac{U_{Br}}{U_{Br\text{-real}}} = 86$ . Um die Differenz der Brückenspannung  $\Delta U_{Br}$  und des Abglichelementes  $\Delta R$  zu ermitteln, wiederholen wir jede Messung fünf mal und bilden den jeweiligen Mittelwert

$$\langle \bar{x} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \text{ mit}$$

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle)^2,$$

$$r_{\langle \bar{x} \rangle} = \frac{s}{\sqrt{N}},$$

$$\sigma_{\langle \bar{x} \rangle} = r_{\langle \bar{x} \rangle} \langle \bar{x} \rangle.$$

Da wir ansonsten alle Größen als fehlerfrei annehmen, entspricht der relative Fehler der Suszeptibilität  $\chi_{\Delta U_{Br}} / \chi_{\Delta R}$  dem des jeweils verwendeten Mittelwertes  $\langle \Delta U_{Br} \rangle / \langle \Delta R \rangle$ .

#### 4.2.1. Neodym $Nd_2O_3$

Die spezifischen Größen von  $Nd_2O_3$  haben die Werte:

$$S = 1,5$$

$$L = 6$$

$$J = 4,5$$

$$\rho_w = 7240 \text{ kg/m}^3$$

$$M_{\text{mol}} = 0,3364782 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow N = 2,592 \cdot 10^{28}$$

$$M = 0,00848 \text{ kg}$$

$$l = 0,173 \text{ m}$$

$$\Rightarrow g_J = 0,72$$

Der theoretische Wert für die Suszeptibilität von  $Nd_2O_3$  ergibt sich so zu:

$$\chi_{\text{theo}} = 0,00302$$

Die gemessenen Differenzen sind den nachfolgenden Tabellen zu entnehmen.

	$Nd_2O_3$
$\Delta U_{\text{Br}}$ [mV]	0,03
	0,03
	0,03
	0,03
	0,03
$\langle \Delta U_{\text{Br}} \rangle$ [mV]	0,028
$\sigma_{\text{abs}}$	0,001
$\sigma_{\text{rel}}$	0,0210

	$Nd_2O_3$
$\Delta R$ [Ohm]	0,08
	0,08
	0,07
	0,09
	0,08
$\langle \Delta R \rangle$ [Ohm]	0,080
$\sigma_{\text{abs}}$	0,004
$\sigma_{\text{rel}}$	0,0442

Die experimentellen Werte ergeben sich somit zu:

$$\chi_{\Delta U_{\text{Br}}} = 0,00179 \pm 0,00004 = 0,00179 \pm 2,10\%$$

$$\chi_{\Delta R} = 0,00205 \pm 0,00009 = 0,00205 \pm 4,42\%$$

#### 4.2.2. Gadolinium $Gd_2O_3$

Die spezifischen Größen von  $Gd_2O_3$  haben die Werte:

$$S = 3,5$$

$$L = 0$$

$$J = 3,5$$

$$\rho_w = 7400 \text{ kg/m}^3$$

$$M_{\text{mol}} = 0,3624982 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow N = 2,459 \cdot 10^{28}$$

$$M = 0,015 \text{ kg}$$

$$l = 0,149 \text{ m}$$

$$\Rightarrow g_J = 2$$

Der theoretische Wert für die Suszeptibilität von  $Gd_2O_3$  ergibt sich so zu:

$$\chi_{\text{theo}} = 0,0138$$

Die gemessenen Differenzen sind den nachfolgenden Tabellen zu entnehmen.

	$Gd_2O_3$
$\Delta U_{\text{Br}}$ [mV]	0,41
	0,40
	0,40
	0,40
	0,39
$\langle \Delta U_{\text{Br}} \rangle$ [mV]	0,400
$\sigma_{\text{abs}}$	0,002
$\sigma_{\text{rel}}$	0,0045

	$Gd_2O_3$
$\langle \Delta R \rangle$ [Ohm]	0,96
	0,96
	0,96
	0,97
	0,95
$\langle \Delta R \rangle$ [Ohm]	0,956
$\sigma_{\text{abs}}$	0,002
$\sigma_{\text{rel}}$	0,0026

Die experimentellen Werte ergeben sich somit zu:

$$\chi_{\Delta U_{\text{Br}}} = 0,0125 \pm 0,00006 = 0,0125 \pm 0,45\%$$

$$\chi_{\Delta R} = 0,0119 \pm 0,00003 = 0,0119 \pm 0,26\%$$

### 4.2.3. Dysprosium $Dy_2O_3$

Die spezifischen Größen von  $Dy_2O_3$  haben die Werte:

$$S = 2,5$$

$$L = 5$$

$$J = 7,5$$

$$\rho_w = 7800 \text{ kg/m}^3$$

$$M_{\text{mol}} = 0,3729982 \text{ kg/m}^3$$

$$\Rightarrow N = 2,519 \cdot 10^{28}$$

$$M = 0,0169 \text{ kg}$$

$$l = 0,172 \text{ m}$$

$$\Rightarrow g_J = 1,3$$

Der theoretische Wert für die Suszeptibilität von  $Dy_2O_3$  ergibt sich so zu:

$$\chi_{\text{theo}} = 0,0254$$

Die gemessenen Differenzen sind den nachfolgenden Tabellen zu entnehmen.

	$Dy_2O_3$
$\Delta U_{\text{Br}}$ [mV]	0,68
	0,68
	0,67
	0,67
	0,67
$\langle \Delta U_{\text{Br}} \rangle$ [mV]	0,673
$\sigma_{\text{abs}}$	0,003
$\sigma_{\text{rel}}$	0,0038

	$Dy_2O_3$
$\langle \Delta R \rangle$ [Ohm]	1,63
	1,64
	1,63
	1,62
	1,62
$\langle \Delta R \rangle$ [Ohm]	1,627
$\sigma_{\text{abs}}$	0,003
$\sigma_{\text{rel}}$	0,0018

Die experimentellen Werte ergeben sich somit zu:

$$\chi_{\Delta U_{\text{Br}}} = 0,0215 \pm 0,00008 = 0,0215 \pm 0,38\%$$

$$\chi_{\Delta R} = 0,0208 \pm 0,00004 = 0,0208 \pm 0,18\%$$

#### 4.2.4. Zusammenfassung

	$Nd_2O_3$	$Gd_2O_3$	$Dy_2O_3$
$\chi_{\text{theo}}$	0,00302	0,0138	0,0254
$\chi_{\Delta U_{\text{Br}}}$	$0,00179 \pm 0,00004$	$0,0125 \pm 0,00006$	$0,0215 \pm 0,00008$
$\chi_{\Delta R}$	$0,00205 \pm 0,00009$	$0,0119 \pm 0,00003$	$0,0208 \pm 0,00004$

(Wobei  $r_{\langle \Delta U_{\text{Br}} \rangle} = r_{\chi_{\Delta U_{\text{Br}}}} \Rightarrow \sigma_{\chi_{\Delta U_{\text{Br}}}}$  und  $r_{\langle \Delta R \rangle} = r_{\chi_{\Delta R}} \Rightarrow \sigma_{\chi_{\Delta R}}$ )

Der Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Werten zeigt, dass wir mit unserer Apparatur die Suszeptibilität bis auf ein Tausendstel genau bestimmen können. Die statistischen Fehler unserer Messung sind kleiner als ein Tausendstel und daher wenig aussagekräftig.

## A. Anhang

### A.1. Literatur

- [1] Die Abbildungen im Theorieteil stammen aus der Versuchsanleitung (<http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/AP-Anleitungen/INHALTneu.htm>).
- [2] Bronstein, Ilja – Taschenbuch der Mathematik (Harri Deutsch, 5. Auflage)

### A.2. Messdaten

Angefügt in Kopie.