

Versuch 504 – Thermische Elektronenemission

Marco Lafrentz Philipp Leser

10.01.2006 – Abtestiert am 27.01.2006

Ziel des durchgeführten Versuchs sind Erkenntnisse über die Temperaturabhängigkeit thermischer Elektronenemission und die Bestimmung der Austrittsarbeit für Wolfram.

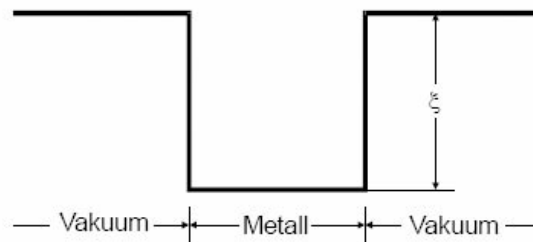
Inhaltsverzeichnis

1. Theorie	2
2. Durchführung und Aufbau	5
3. Auswertung	7
3.1. Ermittlung des Sättigungsstroms	7
3.2. Der Exponent im LANGMUIR-SCHOTTKY-Raumladungsgesetz . . .	9
3.3. Bestimmung der Kathodentemperatur mit Hilfe des Anlaufstroms	13
3.4. Bestimmung der Kathodentemperatur mit der Leistungsbilanz des Heizstromkreises	16
3.5. Bestimmung der Austrittsarbeit für Wolfram	17
A. Anhang	17
A.1. Literatur	17
A.2. Messdaten	17

1. Theorie

In diesem Versuch geht es darum, durch Erwärmung eines Metalls freie Elektronen zu erzeugen. Hierbei besteht eine Materialabhängigkeit der thermischen Elektronenemission zur sogenannten Austrittsarbeit.

Da Metalle kristalline Festkörper mit räumlich periodischer Gitterstruktur und fast vollständig ionisierten Atomen sind, herrscht in ihrem Inneren ein konstantes Potential, das sich vom äußeren Potential um den Betrag ζ unterscheidet.



Man nennt dies ein Potentialtopfmodell. Ein Elektron, das aus dem Metall austritt, muss zunächst diese Potentialdifferenz überwinden können. Es muss die sogenannte Austrittsarbeit $e_0\phi$ leisten können.

Eine Antwort auf die Frage, ob ein Elektron in der Lage ist, diese Arbeit zu verrichten, gibt die Quantenmechanik. Sie liefert die FERMI-DIRAC'sche Verteilungsfunktion (BOLTZMANN-Konstante k_B , Temperatur T)

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\zeta}{k_B T}} + 1} . \quad (1.1)$$

Diese Verteilung gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Elektron im Metall eine bestimmte Energie hat. Hierin wird berücksichtigt, dass ein Elektron selbst am absoluten Nullpunkt eine endliche Energie ζ (FERMI'sche Grenzenergie) haben muss. Da die Elektronen, die die Metalloberfläche verlassen und für diesen Versuch von Bedeutung sind, sehr hohe Energien haben müssen, kann man mit der Näherung

$$f(E) \approx e^{\frac{\zeta-E}{k_B T}} . \quad (1.2)$$

rechnen. Mit der Gleichung 1.2 und der Temperatur T des Metalls lässt sich die Anzahl an austretenden Elektronen pro Zeit- und Flächeneinheit – der Sättigungstromdichte j_S – errechnen. Für sie gilt die RICHARDSON-Gleichung

$$j_S(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k_B^2}{h^3} T^2 e^{-\frac{e_0 \phi}{k_B T}} , \quad (1.3)$$

wobei e_0 die Elementarladung, h das PLANCK'sche Wirkungsquantum und m_0 die Ruhemasse eines Elektrons angeben.

Um Wechselwirkungen der austretenden Elektronen mit Luftmolekülen zu vermeiden, wird der Versuch in einer Hochvakuumdiode (siehe Abbildung 2) durchgeführt. In dem evakuierten Glaskolben befindet sich ein Draht, welcher durch

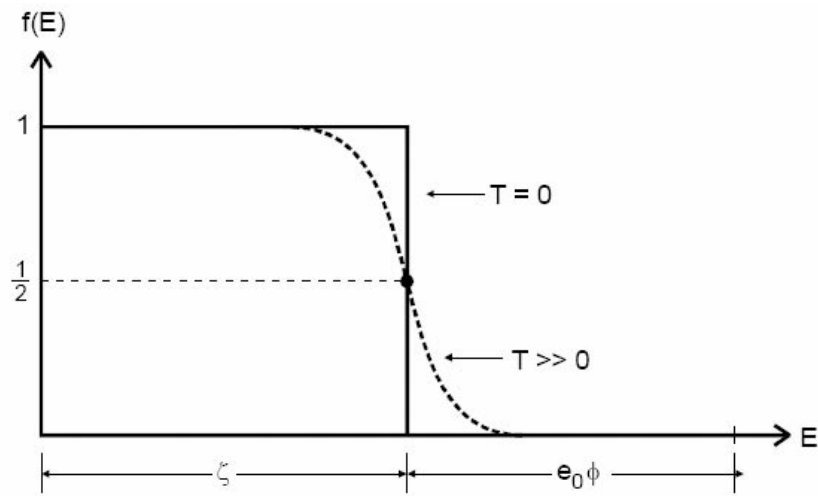


Abbildung 1: Der Verlauf der FERMI-DIRAC'schen Verteilungsfunktion für $T = 0$ (durchgezogene Linie) und für $T \gg 0$ (gestrichelte Linie).

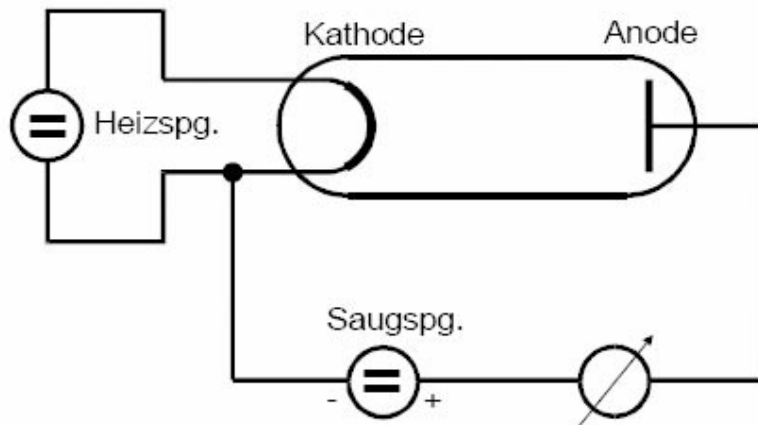


Abbildung 2: Prinzipielle Beschaltung einer Hochvakuumdiode

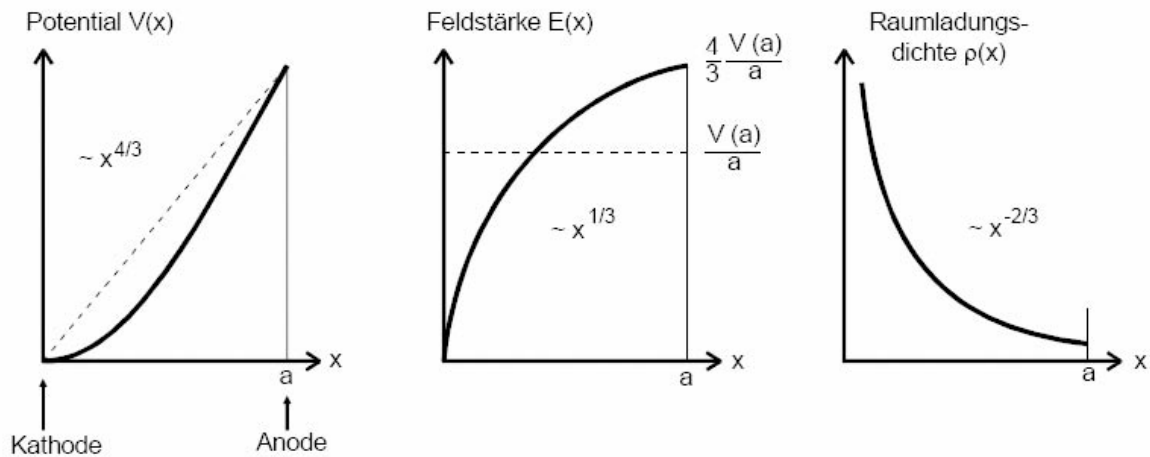


Abbildung 3: Ortsabhängigkeit des Potentials V , der Feldstärke E und der Raumladungsdichte ρ im Raumladungsgebiet einer Hochvakuumdiodekennlinie

einen Strom auf eine Temperatur T von 1000 bis 3000 K erhitzt wird (Glühkathode). Die austretenden Elektronen werden durch ein elektrisches Feld, erzeugt durch eine angelegte Saugspannung zwischen Kathode und Anode, abgesaugt. Beim Durchlaufen des Kolbens beeinflussen die Elektronen das herrschende E -Feld. Daher kann man, bei Anodenströmen unterhalb der Sättigungsstromdichte j_S , keinen linearen Zusammenhang, wie beim OHM'schen Gesetz, zwischen Saugspannung und Anodenstrom feststellen.

In diesem Raumladungsgebiet berechnet sich die Stromdichte j nach LANGMUIR-SCHOTTKY:

$$j(V) = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e_0}{m_0}} \frac{V^{3/2}}{a^2}, \quad (1.4)$$

wobei ϵ_0 die Dielektrizitätskonstante im Vakuum und a dem Abstand von der Kathode zur Anode. Im Gegensatz zum OHM'schen Gesetz, in dem $I \propto V$, wächst der Anodenstrom I hier mit $V^{3/2}$ (siehe Abbildung 3).

Hieraus folgt theoretisch, dass sofern keine Saugspannung angelegt ist, auch kein Anodenstrom zu messen ist. Tatsächlich haben die austretenden Elektronen aber schon eine gewisse Energie (gemäß der FERMI-DIRAC Verteilung), die es ihnen erlaubt, eventuell sogar gegen ein geringes Gegenfeld, die Anode zu erreichen. In diesem Anlaufstromgebiet gilt für den Anodenstrom

$$j(V) = \text{const} \cdot e^{-\frac{e_0 V}{k_B T}}. \quad (1.5)$$

Zusammenfassend lässt sich so die Kennlinie einer Hochvakuumdiode in drei Bereiche unterteilen: dem Anlaufstromgebiet, dem Raumladungsgebiet und dem Sättigungsstromgebiet (siehe Abbildung 4).

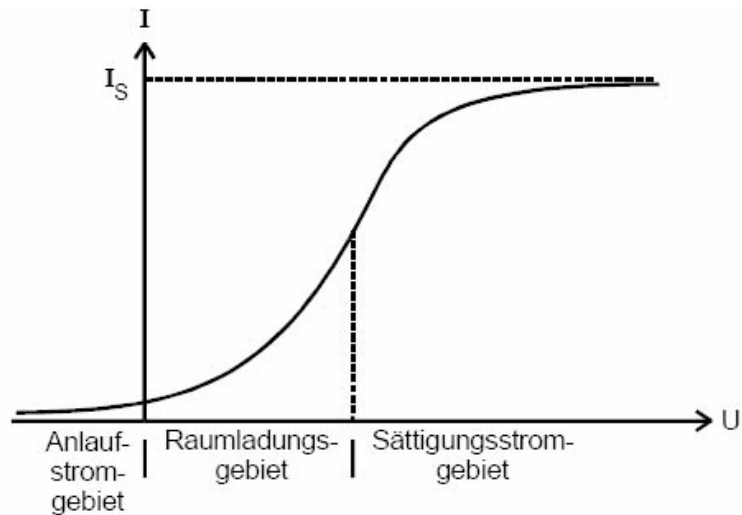


Abbildung 4: Kennlinie einer Hochvakuumdiode

2. Durchführung und Aufbau

Zu Beginn unseres Versuchs bauen wir eine Schaltung gemäß Abbildung 5 und nehmen mit ihr eine Kennlinienschar unserer Diode für vier Heizströme von 2.6 A bis 2.9 A auf. Nach Aufnahme der Kennlinien vermessen wir punktweise das Raumladungs- und Anlaufstromgebiet der Kennlinie für die maximale Heizleistung, also bei einem Heizstrom von 3.1 A. Für die sehr empfindliche Messung des Anlaufstromgebiets benutzen wir die in Abbildung 6 dargestellte Schaltung.

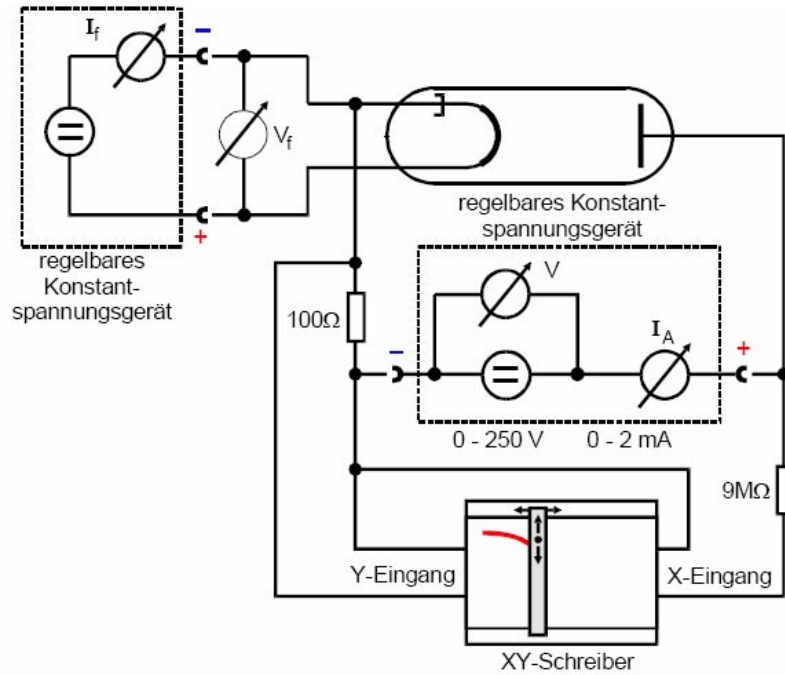


Abbildung 5: Schaltung zur Aufnahme von Diodenkennlinien

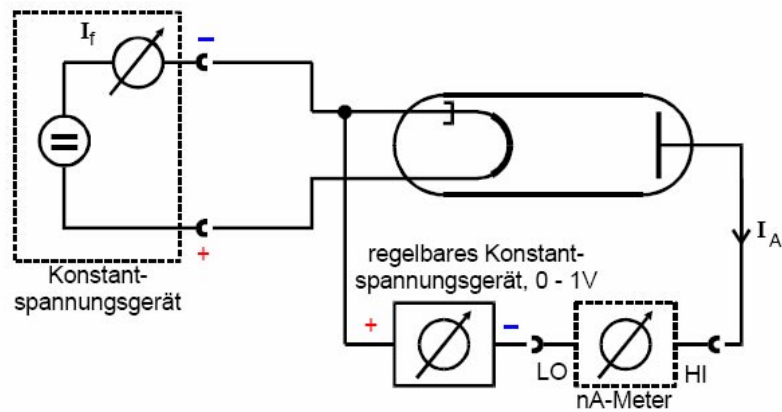


Abbildung 6: Schaltung zur Aufnahme einer Anlaufstromkurve

3. Auswertung

3.1. Ermittlung des Sättigungsstroms

Für die auf dem XY-Plot im Anhang erkennbaren vier Kennlinien der Hochvakuumdiode bei den Heizströmen 2.9 A, 2.8 A, 2.7 A sowie 2.6 A sind die jeweiligen Sättigungsströme zu ermitteln.

Der gesuchte Sättigungsstrom lässt sich direkt aus den Graphen ablesen, die – mit der Ausnahme der Kurve für 2.9 A – am rechten Rand der Kurve bereits annähernd konstant sind.

Zu beachten ist, dass die Einteilung auf dem Millimeterpapier nicht exakt den eingestellten Skalen (soll: 1 cm/10V auf der x -Achse, sowie 0.5 cm/0.1mA auf der y -Achse) entspricht. Da die Abstände um einen Mittelwert schwanken, ist es sinnvoll, diesen zu ermitteln und damit die aufgenommenen Werte aus dem Diagramm zu eichen. Hierzu messen wir die Abstände der Eichpunkte und mitteln wie folgt (N ist die Anzahl der Messwerte, x_k sind die jeweiligen Messwerte):

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$$

Die Messwerte für die Eichung sind:

$\Delta x \left[\frac{\text{cm}}{0.1 \text{ mA}} \right]$	$\Delta y \left[\frac{\text{cm}}{10 \text{ V}} \right]$
0.51	1.00
0.55	1.00
0.49	0.98
0.50	1.00
0.50	0.98
0.50	1.02
0.50	0.98
0.50	1.00
0.50	0.96
0.50	0.96
0.50	1.00
0.50	0.96
0.50	0.98
0.50	0.96
0.50	1.00
0.50	1.00
0.50	0.96
0.50	1.00
0.50	0.96
0.50	1.00
0.51	1.02
0.49	1.00
0.50	1.02
0.49	1.00
0.50	
0.49	

Die Standardabweichung σ_x der Messwerte x_k berechnet man allgemein mit

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \langle x \rangle)^2}.$$

Die Ungenauigkeit des Mittelwerts ist dann

$$\sigma_{\langle x \rangle} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}.$$

Der relative Fehler r_x ist

$$r_x = \frac{\sigma_{\langle x \rangle}}{\langle x \rangle}.$$

Die Mittelwerte der Punktabstände sind mit Fehlern somit

$$\begin{aligned} \langle \Delta x \rangle &= (0.990 \pm 0.004) \frac{\text{cm}}{10 \text{ V}} = 0.990 \frac{\text{cm}}{10 \text{ V}} \pm 0.40 \% \\ &= (0.0990 \pm 0.0004) \frac{\text{cm}}{\text{V}} = 0.0990 \frac{\text{cm}}{\text{V}} \pm 0.40 \% \\ \langle \Delta y \rangle &= (0.501 \pm 0.002) \frac{\text{cm}}{0.1 \text{ mA}} = 0.501 \frac{\text{cm}}{0.1 \text{ mA}} \pm 0.43 \% \\ &= (5.01 \pm 0.02) \frac{\text{cm}}{\text{mA}} = 5.01 \frac{\text{cm}}{\text{mA}} \pm 0.43 \%. \end{aligned}$$

Die relativen Fehler sind kleiner als 0.5 % und somit für die weiteren Rechnungen vernachlässigbar.

Wir lesen die ungefähren Werte für die Sättigungsströme bei $x = 25 \text{ cm}$ ab. Mit Hilfe der berechneten Eichung kann man dann diese Werte in mA umrechnen:

$$I_S = \frac{y}{5.01 \frac{\text{cm}}{\text{mA}}}$$

Der Sättigungsstrom für den höchsten Heizstrom $I_H = 2.9 \text{ A}$ wird auf dem Plot noch nicht erreicht und wird somit nur abgeschätzt.

$I_H[\text{A}]$	$y[\text{cm}]$	$I_S[\text{mA}]$
2.9	-	2.80 (geschätzt)
2.8	8.42	1.68
2.7	4.69	0.94
2.6	2.60	0.52

3.2. Der Exponent im LANGMUIR-SCHOTTKY-Raumladungsgesetz

Für die Bestimmung des Exponenten des LANGMUIR-SCHOTTKY-Raumladungsgesetzes wird die punktweise aufgenommene Kennlinie bei einem Heizstrom von 3.1 A betrachtet. Diese Kennlinie kann mit der Apparatur nur bis zu einer Ab-

Tabelle 1: Messwerte für die Ermittlung des Exponenten der SCHOTTKY-LANGMUIR-Funktion bei einem Heizstrom von 3.1 A. Die kursiven Messwerte wurden wegen starker Abweichung nicht für die Regression benutzt. (Plots in den Abbildungen 7 und 8)

<i>U</i> [V]	<i>I</i> [mA]
5	0.03
10	0.08
12	0.09
15	0.13
17	0.14
20	0.17
25	0.23
30	0.29
35	0.36
40	0.43
45	0.50
50	0.59
55	0.67
60	0.76
70	0.93
80	1.12
90	1.32
100	1.53
110	1.76
120	1.99
130	2.21
140	2.44
150	2.69
160	2.93

spannung von $U = 160$ V aufgenommen werden, da sonst eine Überlastung auftritt. Die für die nicht-lineare Regression genutzte Funktion hat die Form

$$f(x) = ax^b + c.$$

Die Konstante b entspricht dem gesuchten Exponenten, unter a werden die restlichen Konstanten der SCHOTTKY-LANGMUIR-Formel 1.4 zusammengefasst. Die mit den Messwerten (Tabelle 1) durchgeführte nicht-lineare Regression (die ersten vier Messwerte werden wegen starker Abweichung vernachlässigt) führt zu

den Ergebnissen (die Fehler werden vom Statistikprogramm ausgegeben)

$$\begin{aligned} a &= (2.63 \pm 0.04) \cdot 10^{-3} \\ &= 2.63 \cdot 10^{-3} \pm 1.63\% \\ b &= 1.383 \pm 0.003 \\ &= 1.383 \pm 0.24\%. \end{aligned}$$

Dieser Wert b liegt mit einer Abweichung von 8 % recht gut in der Nähe des theoretischen Werts von 1.5. Grafische Darstellungen der Daten finden sich in den Abbildungen 7 und 8. Der zweite Graph ist doppellogarithmisch skaliert, um zu verdeutlichen, dass in der dieser Darstellung alle Punkte auf einer Geraden liegen müssten.

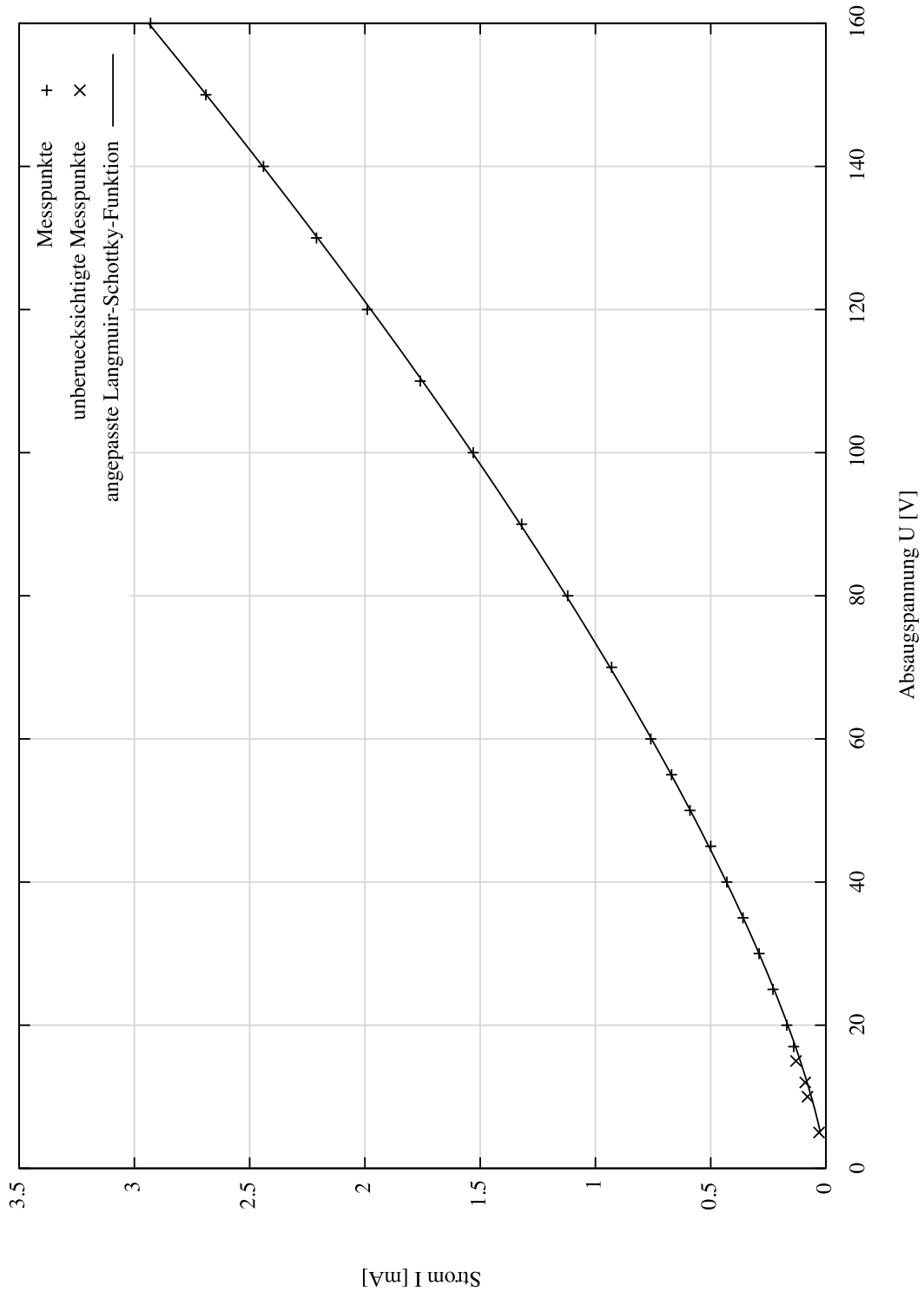


Abbildung 7: Messpunkte im Raumladungsbereich für einen Heizstrom von 3.1 A. Die ersten vier Messwerte wurden nicht für die Regression berücksichtigt. Die Messwerte finden sich in Tabelle 1.

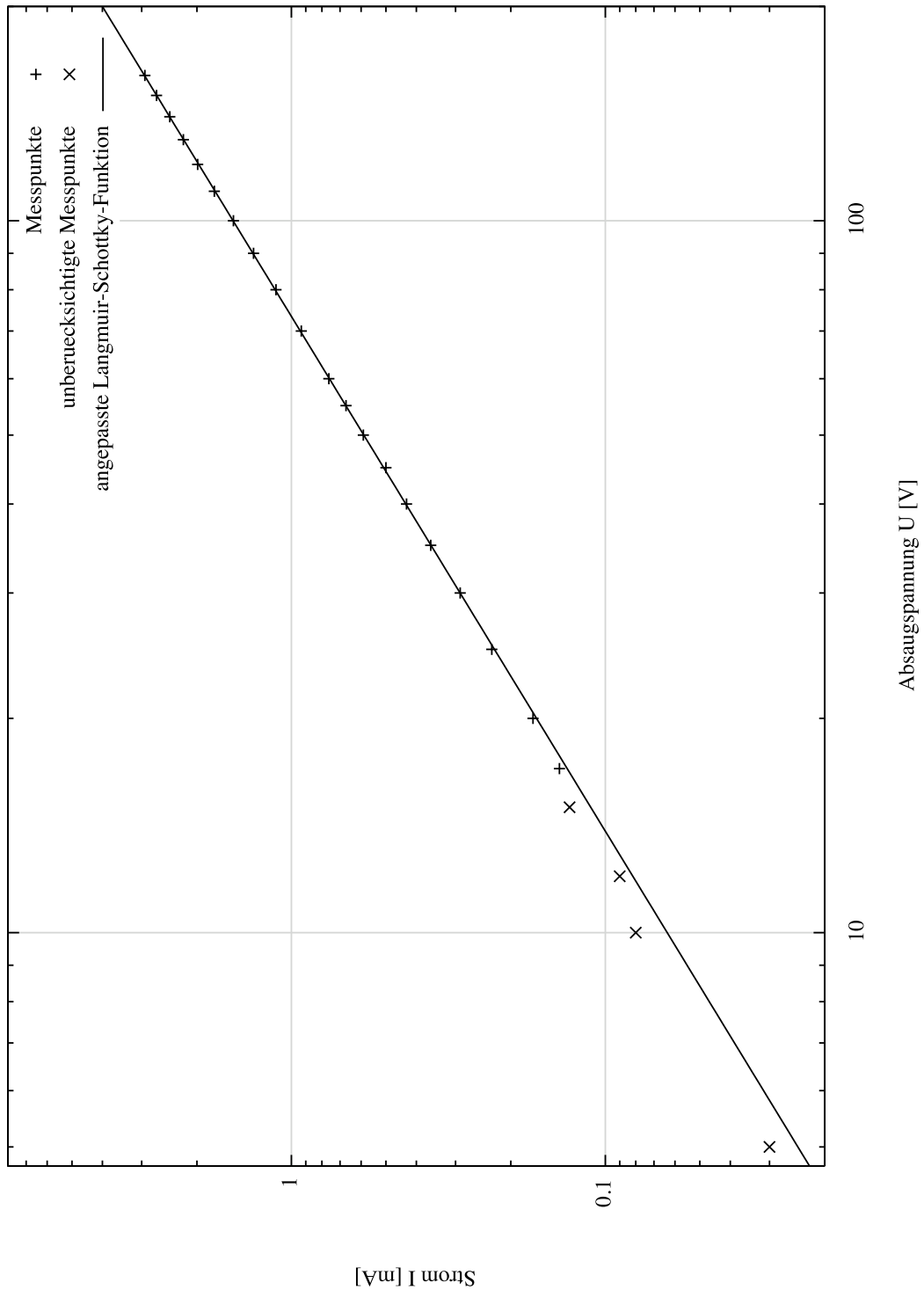


Abbildung 8: Ausgleichsfunktion für die Ermittlung des Exponenten des SCHOTTKY-LANGMUIR-Gesetzes in doppellogarithmischer Darstellung. Die ersten vier Messwerte wurden nicht für die Regression berücksichtigt. Die Messwerte finden sich in Tabelle 1.

3.3. Bestimmung der Kathodentemperatur mit Hilfe des Anlaufstroms

Die Gleichung für den Anlaufstrom ermöglicht die Bestimmung der Kathodentemperatur aus diesem Gebiet der Kennlinie, das mit einem empfindlichen Messgerät punktweise aufgenommen wird: Vor Durchführung der Regression ist je-

Tabelle 2: Messung des Anlaufstromgebiets für einen Heizstrom von $I_H = 3.1$ A. Der Plot findet sich in Abbildung 9.

$U_{\text{gemessen}} [V]$	$I [\text{nA}]$	$U_{\text{korrigiert}} [V]$
0.00	270	-0.27
-0.05	250	-0.30
-0.10	230	-0.33
-0.15	200	-0.35
-0.20	170	-0.37
-0.25	155	-0.41
-0.30	140	-0.44
-0.35	115	-0.47
-0.40	98	-0.50
-0.45	84	-0.53
-0.50	74	-0.57
-0.55	63	-0.61
-0.60	51	-0.65
-0.65	43	-0.69
-0.70	35	-0.74
-0.75	30	-0.78
-0.80	23	-0.82
-0.85	19	-0.87
-0.90	16	-0.92
-0.95	12	-0.96

doch zu beachten, dass der Innenwiderstand des Amperemeters nicht zu vernachlässigen ist; die abgelesenen Spannungen sind zu korrigieren mit

$$U_{\text{korrigiert}} = U_{\text{gemessen}} - I \cdot 1 \text{ M}\Omega.$$

Mit den korrigierten Spannungen wird eine nichtlineare Ausgleichsrechnung durchgeführt (a und b sind Konstanten, die durch die Ausgleichsrechnung bestimmt werden):

$$I(U) = a \cdot e^{b \cdot U}$$

Ein Vergleich mit der Gleichung 1.5 ergibt (e_0 ist die Elementarladung, k_B die BOLTZMANN-Konstante, T die Temperatur):

$$a = \text{const.}$$

$$b = \frac{e_0}{k_B T}$$

Wir errechnen also die Temperatur T mit

$$T = \frac{e_0}{k_B b}$$

Die Ungenauigkeit der Temperatur T errechnet sich mit der GAUSS'schen Fehlerfortpflanzung (Mit b' bezeichnen wir hier die Variable, für die der tatsächliche Wert b eingesetzt wird):

$$\begin{aligned}\sigma_T &= \sqrt{\left(\sigma_b \frac{\partial T}{\partial b'} \Big|_{b'=b}\right)^2} \\ &= \left|\sigma_b \frac{e_0}{k_B b^2}\right|\end{aligned}$$

Die gefitteten Parameter lauten:

$$a = 927 \pm 34 = 927 \pm 3.69 \%$$

$$b = 4.4 \pm 0.1 = 4.4 \pm 2.24 \%$$

Damit erhalten wir eine Kathodentemperatur von $T = (2635 \pm 59) \text{ K} = 2635 \text{ K} \pm 2.24 \%$. Eine grafische Darstellung der Messwerte sowie der Ausgleichskurve findet sich in Abbildung 9.

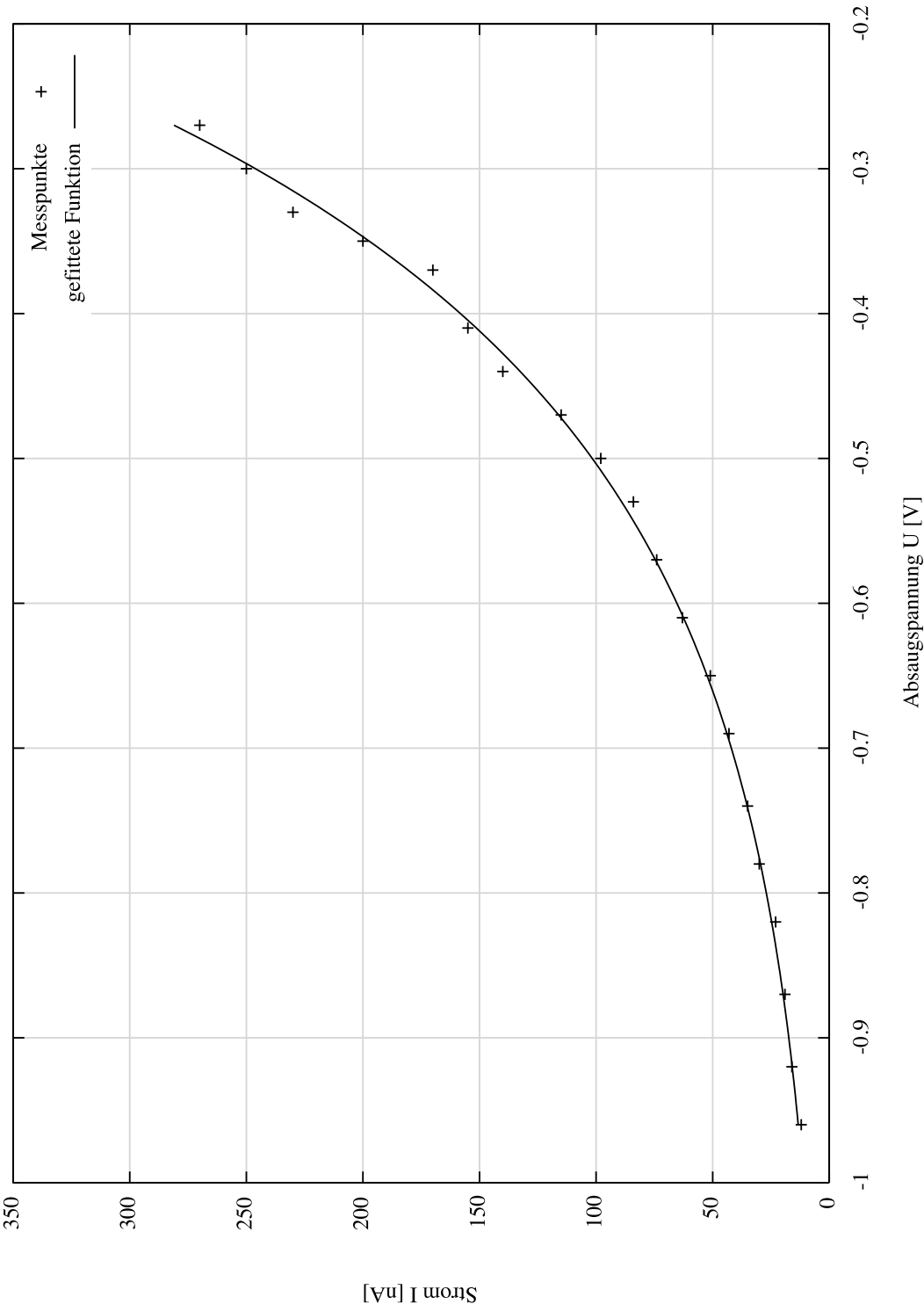


Abbildung 9: Plot des Anlaufstrombereichs der Kennlinie. Die Messdaten finden sich in Tabelle 2.

3.4. Bestimmung der Kathodentemperatur mit der Leistungsbilanz des Heizstromkreises

Die Kathodentemperatur lässt sich aus den gemessenen Heizströmen und -spannungen mit folgender Formel errechnen:

$$T = \sqrt[4]{\frac{I_f U_f - N_{WL}}{f \eta \sigma}}$$

Hierbei sind die I_f und U_f die Heizströme und -spannungen, N_{WL} ist die Wärmeleitung, die für die benutzte Apparatur mit $N_{WL} \approx 0.95 \text{ W}$ abgeschätzt wird, $f = 0.35 \text{ cm}^2$ ist die emittierende Kathodenoberfläche, $\eta = 0.28$ der Emissionsgrad, sowie $\sigma = 5.7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{cm}^2 \text{K}^4}$ die STEFAN-BOLTZMANN'sche Strahlungskonstante.

Die Tabelle 3 zeigt die Ergebnisse der Rechnung. Vergleicht man die Temperaturen mit der im letzten Abschnitt für einen Heizstrom von 3.1 A ermittelten, so stellt man eine Diskrepanz fest: Es muss vermutet werden, dass die über die Anlaufstrommethode ermittelte Temperatur zu hoch ist, was bei der Empfindlichkeit der Messung an Messungenauigkeiten liegen muss.

Tabelle 3: Über die Leistungsbilanz ermittelten Kathodentemperaturen

I_f [A]	U_f [V]	T [K]
2.6	4.38	2117
2.7	4.67	2174
2.8	4.98	2231
2.9	5.32	2290
3.1	5.92	2394

3.5. Bestimmung der Austrittsarbeit für Wolfram

Die RICHARDSON-Gleichung 1.3 kann nach $e_0\phi$ umgestellt werden, um die Austrittsarbeit der Elektronen bestimmen zu können (I_s ist der Sättigungsstrom, m_0 die Elektronenmasse):

$$e_0\phi = -\ln\left(\frac{h^3 I_s}{4\pi e_0 m_0 k_B^2 T^2 f}\right) k_B T$$

Mit dieser Formel erhält man die Ergebnisse der Tabelle 4. Im Mittel ergibt das

Tabelle 4: Austrittsarbeit der Elektronen bei den verschiedenen Heizströmen.

I_f [A]	$e_0\phi$ [eV]
2.6	4.86
2.7	4.89
2.8	4.92
2.9	4.95

eine Austrittsarbeit von $4.91 \text{ eV} \pm 0.02 \text{ eV} = 4.91 \text{ eV} \pm 0.41 \%$ (Die Ungenauigkeit des Mittelwerts versteht sich als Standardabweichung, geteilt durch die Wurzel aus der Anzahl der Messwerte). Dieser Wert liegt über dem Literaturwert von 4.55 eV , was auf systematische Abweichungen zurückzuführen ist.

A. Anhang

A.1. Literatur

- [1] Die Abbildungen im Theorieteil stammen aus der Versuchsanleitung (<http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/AP-Anleitungen/INHALTneu.htm>).

A.2. Messdaten

Messdaten angefügt in Kopie.