

## Fortgeschrittenenpraktikum (SS 07)

# Versuch 27 – Zeeman-Effekt

Marco Lafrentz      Philipp Leser

16.04.2007

Ziel des durchgeführten Versuchs ist der Nachweis der Aufspaltung von Emissionslinien einer Cd-Lampe in einem homogenen Magnetfeld.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
1.1	Einleitung . . . . .	2
1.2	Drehimpulse und magnetische Momente . . . . .	2
1.3	Wechselwirkungsmodelle der Drehimpulse . . . . .	2
1.4	Auswahlregeln für Übergänge in der Elektronenhülle . . . . .	4
1.5	Aufspaltung der Spektrallinien durch den Zeeman-Effekt . . . . .	4
1.5.1	Der normale Zeeman-Effekt . . . . .	4
1.5.2	Der anomale Zeeman-Effekt . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Versuchsaufbau und Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Vorbereitung</b>	<b>8</b>
3.1	Lummer-Gehrcke-Platte . . . . .	8
3.2	Termschema der Spektrallinien . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
4.1	Hysteresekurve . . . . .	11
4.2	Interferenzaufnahmen der Lummer-Gehrcke-Platte . . . . .	12
4.2.1	$\sigma$ -Übergänge der roten Linie des Cd-Spektrums . . . . .	13
4.2.2	$\sigma$ -Übergänge der blauen Linie des Cd-Spektrums . . . . .	15
4.2.3	$\pi$ -Übergänge der blauen Linie des Cd-Spektrums . . . . .	16
4.3	Bestimmung der Landé-Faktoren . . . . .	17
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>18</b>
A.1	Literatur . . . . .	18
A.2	Messdaten . . . . .	18

# 1 Theorie

## 1.1 Einleitung

Der ZEEMAN-Effekt beschreibt die Aufspaltung und Polarisation von Spektrallinien. In diesem Versuch soll der Effekt an einer Cd-Lampe nachgewiesen werden. Zunächst wird die Energieänderung der Linien theoretisch hergeleitet:

## 1.2 Drehimpulse und magnetische Momente

In einem Atom haben die Hüllenelektronen einen Bahndrehimpuls  $\vec{\ell}$  sowie einen Spin  $\vec{s}$ . Die Eigenwerte der entsprechenden Operatoren sind

$$|\vec{\ell}| = \sqrt{\ell\{\ell+1\}}\hbar$$
$$|\vec{s}| = \sqrt{s\{s+1\}}\hbar.$$

Hierbei ist der Spin des Elektrons  $s = 1/2$  und die Bahndrehimpulsquantenzahl  $\ell$  kann von 0 bis  $n - 1$  laufen, wobei  $n$  die Hauptquantenzahl ist.

Bei den Drehimpulsen kann man jetzt ein magnetisches Moment zuordnen, welches proportional zum so genannten BOHR'schen Magneton  $\mu_B := -\frac{1}{2}e_0\frac{\hbar}{m_0}$  ist (mit der Elektronenladung  $e_0$  und der Elektronenmasse  $m_0$ ). Zu beachten ist die magnetomechanische Anomalie des Elektrons, die einen zusätzlichen Faktor  $g_s = 2$  im magnetischen Moment des Spins ausmacht. Der Wert 2 folgt aus der DIRAC-Theorie; die genauere Quantenelektrodynamik liefert einen geringfügig größeren Wert. Die zu den Drehimpulsen gehörenden magnetischen Momente lauten (mit den Einheitsvektoren  $\vec{\ell}_e$  und  $\vec{s}_e$ )

$$\vec{\mu}_\ell = -\mu_B\sqrt{\ell\{\ell+1\}}\vec{\ell}_e,$$
$$\vec{\mu}_s = -\mu_B g_s\sqrt{s\{s+1\}}\vec{s}_e.$$

## 1.3 Wechselwirkungsmodelle der Drehimpulse

Die Bahndrehimpulse und Spins können im Allgemeinen auf komplexe Weise miteinander wechselwirken, wobei selbst Drehimpulse des Atomkerns eine Rolle spielen können. In der Natur sind jedoch einige Grenzfälle besonders häufig realisiert:

***j-j-Kopplung*** Bei den schwersten Atomen nähert man mit der so genannten *j-j*-Kopplung. Diese zeichnet sich dadurch aus, dass die Wechselwirkung zwischen Spin und Bahndrehimpuls des einzelnen Elektrons stärker ist als die Wechselwirkung der Elektronen untereinander. Man kann also nur die Gesamtdrehimpulse der Einzelelektronen  $\vec{j}_i = \vec{\ell}_i + \vec{s}_i$  und den Gesamtdrehimpuls der Hülle  $\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i$  angeben. Die *j-j*-Kopplung spielt in diesem Versuch keine Rolle.

**RUSSELL-SAUNDERS-Kopplung** Die in diesem Versuch wichtige Kopplung der Drehimpulse nennt man RUSSELL-SAUNDERS-Kopplung oder  $L$ - $S$ -Kopplung. Hierbei überwiegen die Wechselwirkungen der Drehimpulse zwischen den verschiedenen Hüllenelektronen; man kann einen Gesamtdrehimpuls  $\vec{L}$  der Hülle definieren:

$$\vec{L} = \sum_i \vec{\ell}_i$$

Dieser Drehimpuls ist ein Drehimpulsoperator im Sinne der Quantenmechanik und hat daher den Betrag  $|\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar$ . Der Gesamtdrehimpuls ist eine quantisierte Größe:  $L$  muss ganzzahlig sein, wobei man den Werten 0 bis 3 die Symbole S, P, D und F zuordnet. Auf ähnliche Weise bildet man einen Gesamtspin  $\vec{S}$  der Elektronenhülle:

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i,$$

$$|\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)}\hbar$$

$S$  kann hierbei nur Werte von  $N/2$  bis 0 in halbzahligen Schritten annehmen, wobei  $N$  die Zahl der Elektronen in unabgeschlossenen Schalen ist.

Beide Drehimpulssummen haben zugehörige magnetische Momente, wobei bei den Spins wieder die Anomalie des Elektrons zu berücksichtigen ist:

$$\vec{\mu}_L = \mu_B \sqrt{L(L+1)},$$

$$\vec{\mu}_S = \mu_B g_s \sqrt{S(S+1)}.$$

Ihren Namen bekommt die  $L$ - $S$ -Kopplung nun daher, dass man einen Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  der Elektronenhülle definieren kann, der die Vektorsumme aus den Teildrehimpulsen  $\vec{L}$  und  $\vec{S}$  ist:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$$

Bei der Bestimmung des gesamten magnetischen Moments tritt eine Schwierigkeit auf: Das gesamte magnetische Moment  $\vec{\mu}$  ist die Vektorsumme aus den Momenten  $\vec{\mu}_L$  und  $\vec{\mu}_S$ , jedoch fallen die Richtungen von  $\vec{\mu}$  und  $\vec{J}$  in der Regel nicht zusammen. Man kann zeigen, dass nur der zu  $\vec{J}$  parallele Teil von  $\mu$  einen Beitrag zum Erwartungswert liefert. Diese und andere Betrachtungen führen zu dem Betrag

$$|\vec{\mu}_J| \approx \mu_B \sqrt{J(J+1)} \cdot \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (1.1)$$

Hierbei bezeichnet man  $g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$  als LANDÉ-Faktor des Atoms.

Zusätzlich ist zu beachten, dass bei einem äußeren Magnetfeld  $\vec{B}$  die Winkel zwischen  $\vec{\mu}$  so beschaffen sind, dass die Komponente des magnetischen Moments in Feldrichtung  $\mu_z$  ganzzahlig ist, was man als  $\mu_z = -m g_J \mu_B$  formulieren kann, wobei  $m$  die Orientierungsquantenzahl ist, die ganzzahlige Werte zwischen  $-J$  und  $J$  annehmen kann.

**Zur Notation** Man bezeichnet die Zustände in der Elektronenhülle nach dem Schema  $^{2S+1}L_J$  mit der Spinquantenzahl  $S$ , der Bahndrehimpulsquantenzahl  $L$  in der Notation S, P, D, F sowie der Gesamtdrehimpulsquantenzahl  $J$ .

#### 1.4 Auswahlregeln für Übergänge in der Elektronenhülle

In der Elektronenhülle sind Übergänge zwischen verschiedenen Zuständen möglich, was unter Aussendung eines Photons geschieht. Die Energie des Photons und damit die Wellenlänge des messbaren Lichts der Spektrallinie entspricht der Energiedifferenz zwischen den beiden Zuständen. In der Quantenmechanik berechnet man Wahrscheinlichkeiten für die verschiedenen möglichen Übergänge, indem man Matrixelemente mit Dipolausdrücken berechnet. Die Rechnungen selbst sind aufwendig und länglich, führen jedoch auf folgende wichtige Auswahlregel.

Übergänge in der Elektronenhülle sind nur zwischen Zuständen möglich, wenn sie die Orientierungsquantenzahl nicht, oder um  $\pm 1$  ändert:

$$\Delta m = 0, \pm 1$$

Die Übergänge mit  $\Delta m = 0$  sind linear polarisiert, die mit  $\Delta m = \pm 1$  sind rechts- bzw. linkszirkular polarisiert.

#### 1.5 Aufspaltung der Spektrallinien durch den Zeeman-Effekt

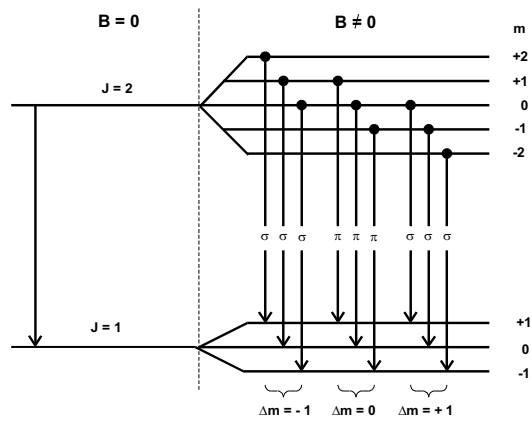
##### 1.5.1 Der normale Zeeman-Effekt

Betrachtet man das Atom in einem Magnetfeld, zunächst ohne den Spin zu berücksichtigen, so liefert das magnetische Moment einen Zusatzterm zur Energie, der sich aus dem Skalarprodukt aus dem magnetischen Moment  $\vec{\mu}_J$  und dem Magnetfeld  $\vec{B}$  ergibt. Man erhält daher mit dem berechneten magnetischen Moment eine Zusatzenergie von

$$\Delta E_{\text{norm}} = m\mu_B B.$$

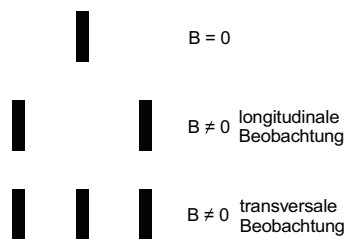
Der LANDÉ-Faktor ist für spinlose Zustände immer  $g_J = 1$ . Es existiert also eine äquidistante Aufspaltung der Energieniveaus in  $2J + 1$  Unterniveaus, wie auch in Abbildung 1 illustriert ist. Da diese Aufspaltung auch bei angeregten Zuständen auftritt, können zwischen den aufgespaltenen Energieniveaus Übergänge stattfinden, es müssen hierbei jedoch die zuvor gezeigten Auswahlregeln erfüllt werden. In der Abbildung 1 erkennt man die möglichen Übergänge unter Berücksichtigung dieser Auswahlregeln. Anhand der Polarisation kategorisiert man die Linien in  $\sigma_-$ -Linien mit zirkularer Polarisation um das Magnetfeld und  $\Delta m = -1$ , in  $\sigma_+$ -Linien mit  $\Delta m = +1$  und zirkularer Polarisation sowie in  $\pi$ -Linien mit  $\Delta m = 0$  und linearer Polarisation in Magnetfeldrichtung.

Zu beachten ist, dass beim normalen ZEEMAN-Effekt grundsätzlich eine Aufspaltung in ein so genanntes ZEEMAN-Triplett auftritt, d.h. in drei Komponenten, weil innerhalb einer Gruppe die Energiedifferenzen gleich sind. Dieser Effekt ist auch in der Abbildung 1 durch die Gruppierung dargestellt.



**Abbildung 1:** Aufspaltung der Energieniveaus beim normalen ZEEMAN-Effekt. Es sind ebenfalls mögliche Übergänge im ZEEMAN-Triplett eingezeichnet. [1]

Die Polarisation führt dazu, dass man nicht alle Linien aus jeder Richtung beobachten kann. Die  $\pi$ -Linie ist in Feldrichtung nicht zu sehen, mit maximaler Intensität senkrecht dazu. Betrachtet man die  $\sigma$ -Linien senkrecht zur Feldrichtung, erscheinen sie ebenfalls linear polarisiert, jedoch senkrecht zur Polarisationsrichtung der  $\pi$ -Linie. Dieser Sachverhalt ist in der Abbildung 2 dargestellt.



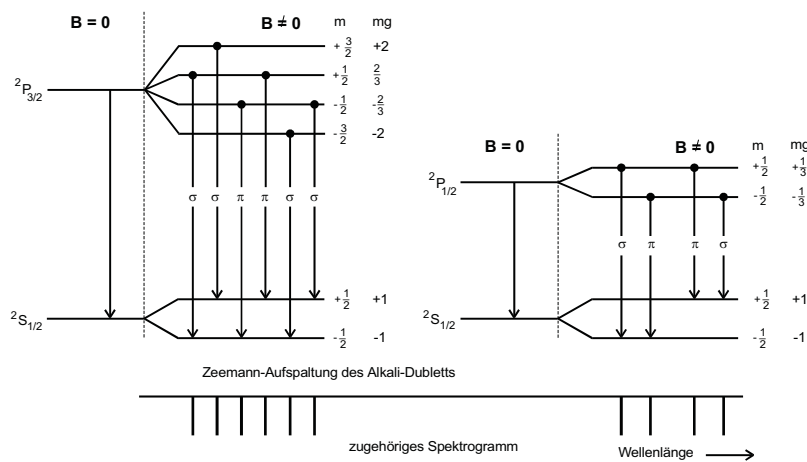
**Abbildung 2:** Das Aufspaltungsbild in Abhängigkeit von der Beobachtungsrichtung beim normalen ZEEMAN-Effekt. [1]

### 1.5.2 Der anomale Zeeman-Effekt

Vom anomalen ZEEMAN-Effekt redet man bei Atomen mit nichtverschwindendem Gesamtspin in der Elektronenhülle. Die Auswahlregeln gelten auch für diesen Fall. Der wichtige Unterschied zum normalen ZEEMAN-Effekt ist die Tatsache, dass die Energiedifferenzen jetzt vom Spin abhängen, da  $g_J$  nicht automatisch 1 ist, sondern verschiedene Werte annehmen kann. Die Energieverschiebung ist hier gegeben durch

$$\Delta E_{\text{anom}} = \{m_1 g_J(L_1, S_1, J_1) - m_2 g_J(L_2, S_2, J_2)\} \mu_B B,$$

wobei die Indizes die Zugehörigkeit zu den zwei verschiedenen Übergangsniveaus angeben sollen. Aufgrund der aufgehobenen Entartung wird die Aufspaltung deutlich linienreicher. Ein Beispiel für den anomalen ZEEMAN-Effekt findet man in der Abbildung 3.



**Abbildung 3:** Aufspaltung der Energieniveaus beim anomalen ZEEMAN-Effekt am Beispiel eines Alkali-dubletts. [1]

## 2 Versuchsaufbau und Durchführung

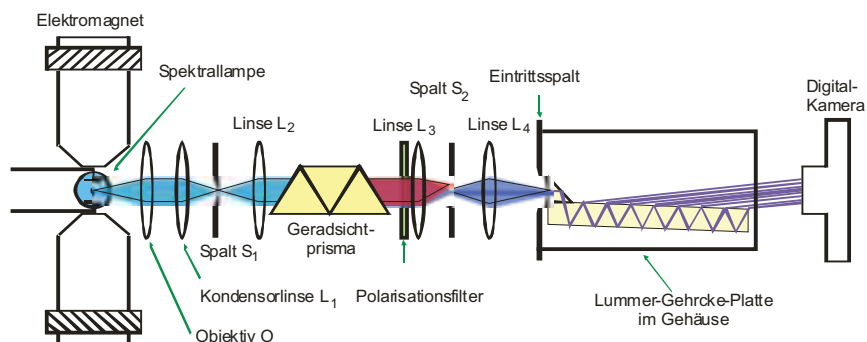


Abbildung 4: Darstellung des benutzten Versuchsaufbaus. [1]

Die Abbildung 4 zeigt den Versuchsaufbau. Zwischen den Polschuhen eines Elektromagneten befindet sich eine Cd-Lampe, deren Licht senkrecht zur Magnetfeldrichtung kolimiert und auf ein Geradsichtprisma gelenkt wird. Dieses spaltet den Lichtstrahl in die verschiedenen Spektrallinien auf, die dann auf den Spalt  $S_2$  abgebildet werden. Dort kann dann die gewünschte Linie ausgewählt werden (Für den normalen ZEE-MAN-Effekt wird die rote Linie gewählt; der anomale ZEE-MAN-Effekt kann an der blauen Linie untersucht werden). Der vorgeschaltete Polarisationsfilter ermöglicht die Wahl der Polarisationsrichtung. Hinter dem Spalt  $S_2$  wird das Licht der Spektrallinie auf den Eintrittsspalt einer LUMMER-GEHRCKE-Platte gelenkt.

Die LUMMER-GEHRCKE-Platte ermöglicht die genaue Bestimmung der Wellenlänge des einstrahlenden Lichts mit Hilfe eines Interferenzverfahrens. Innerhalb der Platte wird das Licht vielfach reflektiert, wobei bei jeder Reflektion ein kleiner Teil des Lichts austreten kann, wie auch in der Abbildung 4 zu sehen ist. Beobachtet man diese vielen Lichtstrahlen am Ende der Vorrichtung, so kann konstruktive Interferenz genau dann auftreten, wenn die Bedingung  $2d \cos \theta = n\lambda$  erfüllt ist, wobei  $d$  die Dicke der Platte und  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichts ist. Wird das Magnetfeld eingeschaltet, verändert sich die Wellenlänge um  $\delta\lambda$  und die Interferenzstreifen verschieben sich um  $\delta s$ .

In der Praxis sind noch die beiden Größen des Dispersionsgebiets  $\Delta\lambda_D$  und der Auflösung wichtig: Das Dispersionsgebiet gibt den Bereich an, in dem die Wellenlängendifferenz liegen darf, ohne dass sich die Interferenzstreifen überlagern:

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}} \quad (2.1)$$

Das Auflösungsvermögen der Platte hängt neben dem Brechungsindex  $n$  von ihrer Länge  $L$  und der Wellenlänge  $\lambda$  ab:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{L}{\lambda} [n^2 - 1] \quad (2.2)$$

In diesem Versuch wird nun zunächst eine Hysteresekurve des benutzten Magnetfeldes aufgenommen. Sodann werden Interferenzbilder für die rote  $\pi$  Linie sowie für die blauen  $\sigma$ - und  $\pi$ -Linien aufgenommen.

### 3 Vorbereitung

#### 3.1 Lummer-Gehrcke-Platte

Im Vorfeld sind das Auflösungsvermögen

$$A = \frac{L}{\lambda} (n^2 - 1)$$

und das Dispersionsgebiet

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}}$$

der LUMMER-GEHRCKE-Platte zu errechnen. Im wesentlichen hängen beide Größen von den geometrischen Abmessungen der Platte ab (Länge  $L=0,120\text{m}$ , Dicke  $d=0,004\text{m}$ , Brechungsindices  $n_{\text{rot}}=1,4567$  und  $n_{\text{blau}}=1,4635$ ).

rot		blau
643,8[nm]	$\lambda$	480,0[nm]
48,9[pm]	$\Delta\lambda_D$	27,0[pm]
209129	$A$	285458

#### 3.2 Termschema der Spektrallinien

Zur weiteren Vorbereitung gehört die Bestimmung der LANDÉ-Faktoren  $g_j$  nach

$$g_j = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

und die sich daraus ergebenden Energiedifferenzen

$$\Delta E = g_{ij} \mu_B B,$$

wobei

$$g_{ij} = m_i g_i - m_j g_j.$$

Die Werte finden sich in Tabelle 1&2 und die Termschema in Abbildung 5.



Zustand	$l$	$s$	$j$	$g_j$
$^1P_1$	1	0	1	1
$^1D_2$	2	0	2	1
$^3S_1$	0	1	1	2
$^3P_1$	1	1	1	1,5

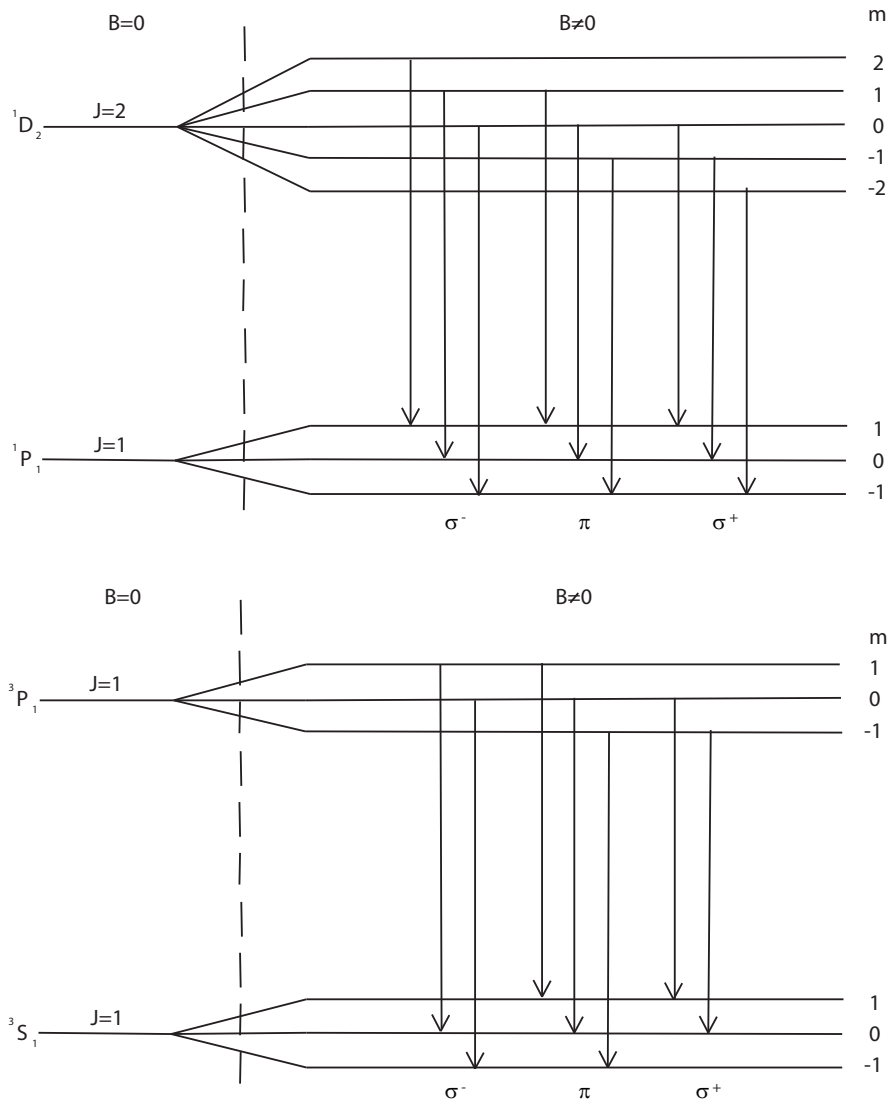
**Tabelle 1:** LANDÉ-Faktoren unterschiedlicher Zustände

rot	$m_i$	$g_i$	$m_j$	$g_j$	$g_{ij}$
$\sigma^-$	2	1	1	1	1
	1	1	0	1	1
	0	1	-1	1	1
$\pi$	1	1	1	1	0
	0	1	0	1	0
	-1	1	-1	1	0
$\sigma^+$	0	1	1	1	-1
	-1	1	0	1	-1
	-2	1	-1	1	-1

blau	$m_i$	$g_i$	$m_j$	$g_j$	$g_{ij}$
$\sigma^-$	1	1,5	0	2	1,5
	0	1,5	-1	2	2
$\pi$	1	1,5	1	2	-0,5
	0	1,5	0	2	0
$\sigma^+$	-1	1,5	-1	2	0,5
	0	1,5	1	2	-2
	-1	1,5	0	2	-1,5

**Tabelle 2:**  $g_{ij}$  zur Bestimmung der jeweiligen Übergangsenergien



**Abbildung 5:** oben: Termschema des Übergangs  $^1D_2$  nach  $^1P_1$  (rote Linie); unten: Termschema des Übergangs  $^3P_1$  nach  $^3S_1$  (blaue Linie)

## 4 Auswertung

### 4.1 Hysteresekurve

Zur Bestimmung der Hysteresekurve des verwendeten Elektromagneten, wird die Flussdichte  $B$  sowohl bei steigendem als auch bei fallendem Feldstrom  $I$  ausgemessen. Die Messwerte finden sich in der Tabelle 3 und sind in Abbildung 6 graphisch dargestellt.

$B_{\Delta I > 0}$ [mT]	$I$ [A]	$B_{\Delta I < 0}$ [mT]
4	0	8
74	1	74
148	2	145
239	3	240
309	4	319
404	5	395
476	6	480
558	7	554
638	8	628
725	9	715
792	10	801
868	11	883
952	12	963
1027	13	1033
1078	14	1087
1129	15	1136
1174	16	1177
1211	17	1219
1250	18	1250

**Tabelle 3:** Messwerte zur Ermittlung der Hysteresekurve des verwendeten Elektromagneten

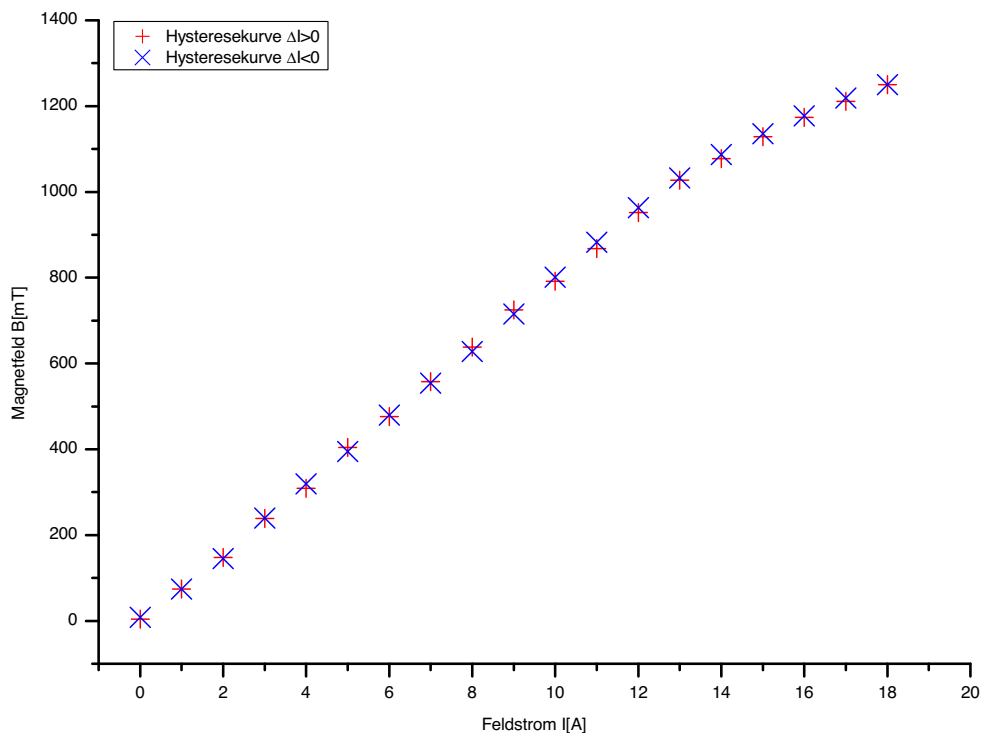


Abbildung 6: Hysteresekurve des verwendeten Elektromagneten

#### 4.2 Interferenzaufnahmen der Lummer-Gehrcke-Platte

In diesem Abschnitt werden aus den Digitalaufnahmen der Interferenzmuster der LUMMER-GEHRCKE-Platte die Abstände der Maxima  $\Delta s$  ohne Magnetfeld und  $\delta s$  mit Magnetfeld ermittelt. Anschließend wird die Wellenlängenänderung

$$\delta\lambda = \frac{1}{2} \frac{\delta s}{\Delta s} \Delta\lambda_D$$

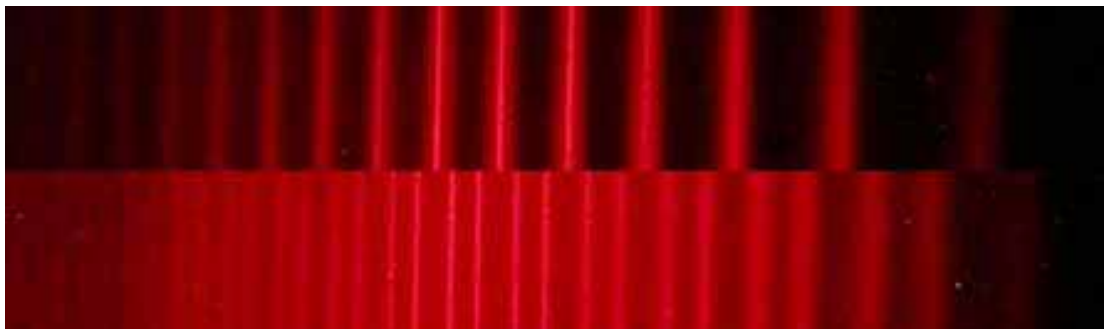
errechnet. Für weitere Rechnungen wird über alle ausgemessenen Ordnungen  $N$  wie folgt gemittelt.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad , \text{Mittelwert}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2} \quad , \text{absoluter Fehler des Mittelwerts}$$

$$r_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} \quad , \text{relativer Fehler des Mittelwerts}$$

#### 4.2.1 $\sigma$ -Übergänge der roten Linie des Cd-Spektrums



**Abbildung 7:** Überlagerung der Digitalaufnahmen des roten Interferenzmusters; oben ohne und unten mit Magnetfeld

Ordnung	$\Delta s[\text{px}]$	$\delta s[\text{px}]$	$\delta \lambda[\text{m}]$
0	216	132	1,49E-11
1	162	103	1,55E-11
2	135	83	1,50E-11
3	118	72	1,49E-11
4	107	64	1,46E-11
5	97	59	1,49E-11
6	91	54	1,45E-11
7	86	50	1,42E-11
8	78	47	1,47E-11
9	80	45	1,38E-11
10	78	41	1,29E-11
11	72	37	1,26E-11
		Mittelwert	1,44E-11
		abs. Fehler	0,03E-11
		rel. Fehler	1,80%

**Tabelle 4:** Abstände der Maxima des roten Interferenzmusters

Da nicht eindeutig zu erkennen ist, ob die erste erkennbare Linie bei eingeschaltetem Magnetfeld tatsächlich zum gesuchten Interferenzmuster gehört oder eventuell eine unerwünschte Reflexion ist, werden beide Fälle durchgerechnet.

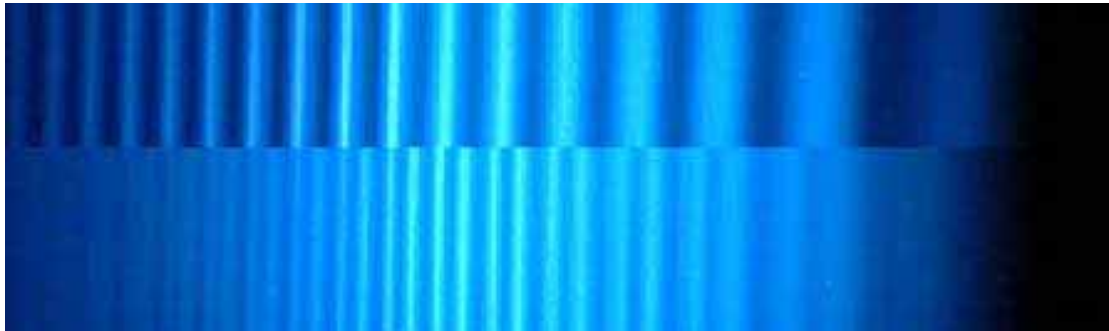


**Abbildung 8:** Überlagerung der Digitalaufnahmen des roten Interferenzmusters; oben ohne und unten mit Magnetfeld

Ordnung	$\Delta s[\text{px}]$	$\delta s[\text{px}]$	$\delta \lambda[\text{m}]$
0	216	94	1,06E-11
1	162	71	1,07E-11
2	135	59	1,07E-11
3	118	51	1,06E-11
4	107	45	1,03E-11
5	97	41	1,03E-11
6	91	38	1,02E-11
7	86	37	1,05E-11
8	78	34	1,07E-11
9	80	41	1,25E-11
10	78	35	1,10E-11
11	72	38	1,29E-11
		Mittelwert	1,09E-11
		abs. Fehler	0,03E-11
		rel. Fehler	2,30%

**Tabelle 5:** Abstände der Maxima des roten Interferenzmusters ohne Berücksichtigung der ersten Linie bei eingeschaltetem Magnetfeld

#### 4.2.2 $\sigma$ -Übergänge der blauen Linie des Cd-Spektrums

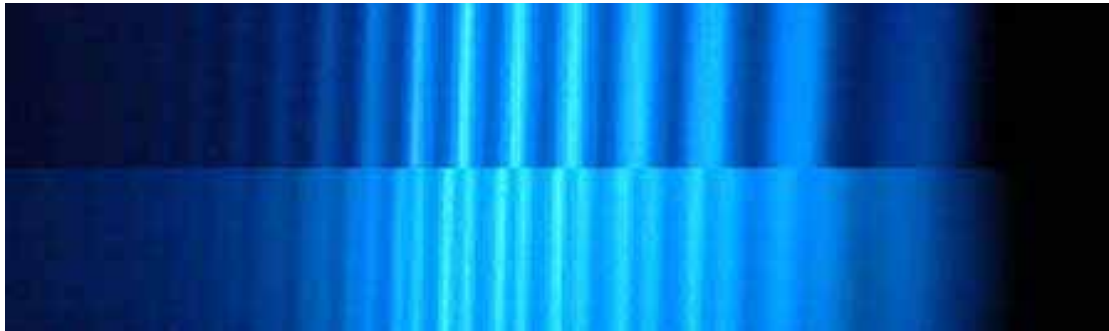


**Abbildung 9:** Überlagerung der Digitalaufnahmen des blauen Interferenzmusters ( $\sigma$ ); oben ohne und unten mit Magnetfeld

Ordnung	$\Delta s[\text{px}]$	$\delta s[\text{px}]$	$\delta \lambda[\text{m}]$
0			
1	155	72	6,27E-12
2	121	61	6,81E-12
3	113	48	5,73E-12
4	94	46	6,61E-12
5	89	39	5,92E-12
6	80	38	6,41E-12
7	74	36	6,57E-12
8	72	32	6,00E-12
9	67	33	6,65E-12
10	64	32	6,75E-12
11	66	26	5,32E-12
12	62	28	6,10E-12
13	59	25	5,72E-12
		Mittelwert	6,22E-12
		abs. Fehler	0,13E-12
		rel. Fehler	2,06%

**Tabelle 6:** Abstände der Maxima des blauen Interferenzmusters ( $\sigma$ )

### 4.2.3 $\pi$ -Übergänge der blauen Linie des Cd-Spektrums



**Abbildung 10:** Überlagerung der Digitalaufnahmen des blauen Interferenzmusters ( $\pi$ ); oben ohne und unten mit Magnetfeld

Ordnung	$\Delta s[\text{px}]$	$\delta s[\text{px}]$	$\delta \lambda[\text{m}]$
0			
1	137	74	7,29E-12
2	114	52	6,16E-12
3	100	46	6,21E-12
4	85	39	6,19E-12
5	81	36	6,00E-12
6	71	33	6,27E-12
7	74	31	5,66E-12
8	67	30	6,04E-12
		Mittelwert	6,23E-12
		abs. Fehler	0,02E-12
		rel. Fehler	2,67%

**Tabelle 7:** Abstände der Maxima des blauen Interferenzmusters ( $\pi$ )



### 4.3 Bestimmung der Landé-Faktoren

Mit den aus den Digitalaufnahmen ermittelten Wellenlängenänderungen  $\delta\lambda$  lassen sich nun die LANDÉ-Faktoren  $g_{ij}$  bestimmen. Zu beachten ist die nicht-lineare Abhängigkeit der Energie  $E(\lambda) = hc\lambda^{-1}$  von der Wellenlänge  $\lambda$ :

$$E(\lambda + \delta\lambda) - E(\lambda) = \left( E(\lambda) + \frac{\partial E}{\partial \lambda} \delta\lambda \right) - E(\lambda)$$

$$\Rightarrow \Delta E = \frac{hc}{\lambda^2} \delta\lambda$$

Somit ergibt sich<sup>1</sup>:

$$|g_{ij}| = \frac{\Delta E}{\mu_B B}$$

$$= \frac{hc}{\lambda^2 \mu_B B} \delta\lambda$$

Da alle Größen neben der Wellenlängenänderung frei von Fehlern angenommen werden, entspricht nach GAUSS der relative Fehler auf  $g_{ij}$  dem auf  $\delta\lambda$ . Zur besseren Übersicht sind die Ergebnisse tabellarisch aufgeführt.

$\lambda$ [nm]	$\sigma/\pi$	$B$ [mT]	$\Delta E$ [J]	$g_{ij}^{\text{exp}}$	$g_{ij}^{\text{theo}}$	$\frac{g_{ij}^{\text{exp}} - g_{ij}^{\text{theo}}}{g_{ij}^{\text{exp}}}$
643,8	$\sigma$	656	$6,89 \cdot 10^{-24}$	$1,13 \pm 0,02$	1	11,70%
643,8	$\sigma$	656	$6,89 \cdot 10^{-24}$	$0,86 \pm 0,02$	1	16,27%
480,0	$\sigma$	305	$5,36 \cdot 10^{-24}$	$1,90 \pm 0,04$	2	5,54%
480,0	$\pi$	980	$5,37 \cdot 10^{-24}$	$0,59 \pm 0,02$	0,5	15,35%

Eine Abweichung von 11,70% bzw. 16,27% auf den LANDÉ-Faktor für die rote  $\sigma$ -Linie ist vermutlich auf eine nicht hinreichend genau justierte Messapparatur zurückzuführen. Je nach Interpretation weicht das Ergebnis mal nach oben, mal nach unten ab. Mit 5,54% ist der Fehler auf den  $g$ -Faktor für die blaue  $\sigma$ -Linie hingegen nur etwa halb so groß. Grund hierfür ist womöglich, dass bei der ersten Justierung für das rote Interferenzmuster Erfahrungen gesammelt werden, die bei der zweiten Justierung für blau eine schärfere Abbildung ermöglichen. Bei der Untersuchung des anomalen ZEEMAN-Effektes kommt hinzu, dass die deutlich geringere Lichtintensität die Einjustierung zusätzlich erschwert und Maxima nur bis etwa zur zehnten Ordnung erkennbar sind. Für alle Messungen ergeben sich zusätzlich systematische Fehler aus dem Neigungswinkeln der Kamera gegenüber der LUMMER-GEHRCKE-Platte. Diese führen dazu, dass die Interferenzmuster leicht geneigt erscheinen und die Abstände der Maxima zu höheren Ordnungen hin stets kleiner werden. Eine weitere mögliche Fehlerquelle ist die Messung des Magnetfeldes, bedingt durch die Ungenauigkeit der HALL-Sonde selbst und ihrer Platzierung.

<sup>1</sup> $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J/s;  $\mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24}$ J/T;  $c = 299,7 \cdot 10^6$ m/s

## A Anhang

### A.1 Literatur

- [1] Die Abbildungen im Theorieteil stammen aus der Versuchsanleitung (<http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/F-Anleitungen/Inhalt.htm>).
- [2] Die Werte der verwendeten Konstanten stammen aus CODATA data base: "2002 CODATA recommended values".

### A.2 Messdaten

Messdaten angefügt in Kopie. Die Bilder der Linien liegen digital vor.