



## Capitolo 3 Materiale bonus

### — Introduzione —

Sei una persona che desidera che ci siano più esempi, discussioni e commenti nelle descrizioni intenzionalmente brevi delle lezioni? Se è così, sei capitato nel posto giusto! Questo file contiene materiale bonus per alcune delle attività del capitolo 3.

Per i puzzle, vengono forniti molti esempi di puzzle risolti, insieme a commenti aggiuntivi su come crearli. Il programma Early Family Math si basa sull'idea che la matematica precoce è qualcosa che una famiglia dovrebbe fare insieme, e fare puzzle per tuo figlio da fare con te è una parte importante di questo processo. Una volta che avrai preso confidenza con ogni puzzle, dovresti scoprire che la maggior parte, se non tutti, i puzzle sono abbastanza facili da creare.

Molti di questi puzzle hanno diversi livelli di difficoltà e nelle prossime pagine ci sono molti suggerimenti ed esempi su come creare quei livelli. Inizia sempre con i puzzle più semplici. È molto meglio che tuo figlio sperimenti successo, comprensione e divertimento con enigmi un po' troppo facili, piuttosto che essere frustrato, scoraggiato e sopraffatto da enigmi troppo difficili. Una volta che tuo figlio acquisisce fiducia ed entusiasmo per un'attività di matematica, è il momento di incorporare lentamente le sfide più grandi. Inoltre, non tutti i puzzle saranno divertenti per tutti, quindi non spingere puzzle e attività che semplicemente non sembrano connettersi.

Questo è ciò che troverai nelle seguenti pagine:

- **Capitolo 3 — Shape Soms**
- **Capitolo 3 — Nim Doubling the Limit**
- **Capitolo 3 — Conteggio di pari e dispari**
- **Capitolo 3 — Sum Groups**
- **Capitolo 3 — Zoo Rescue**
- **Capitolo 3 — Common Soms**
- **Capitolo 3 — Variazioni di Sudoku**
- **Capitolo 3 — Quanti modi**
- **Capitolo 3 — Ordinazione del mazzo di carte**
- **Capitolo 3 — Piramide delle differenze**

---

### — Informazioni legali —

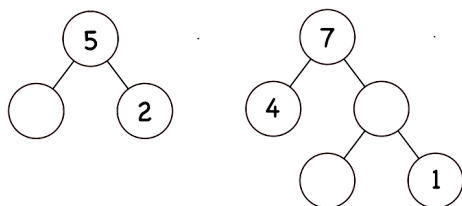
Ogni famiglia dovrebbe avere l'opportunità di imparare e divertirsi con la matematica insieme. A tal fine, Early Family Math è una raccolta di materiali che famiglie ed educatori possono modificare, tradurre, copiare e distribuire liberamente, senza chiedere il permesso, solo per usi non commerciali.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.1 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

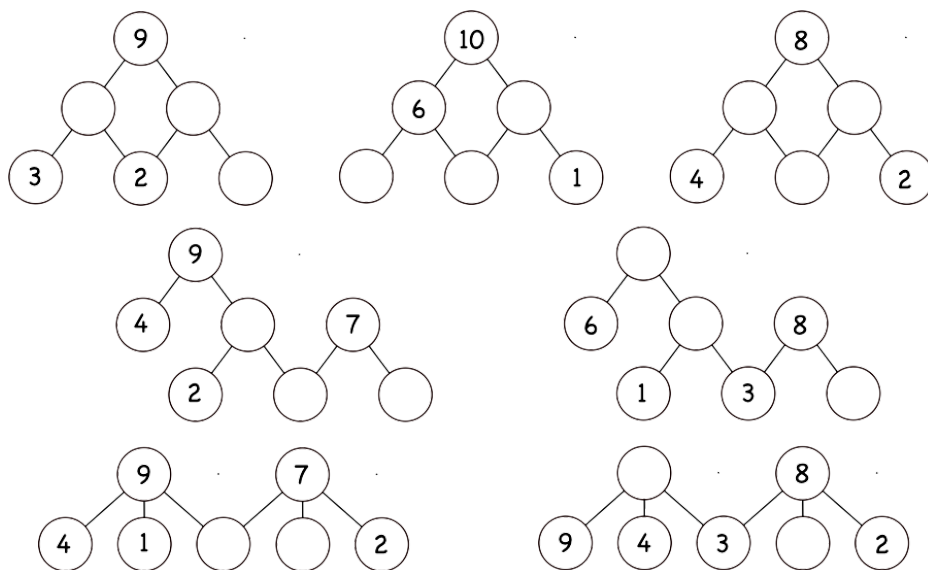
## Capitolo 3 — Somme forma

Questi puzzle utilizzano cerchi numerati collegati in modo verso l'alto, e ogni cerchio è la somma di tutti i cerchi direttamente sotto e collegato ad esso.

I puzzle più semplici hanno la maggior parte dei cerchi pieni. Ecco due esempi semplici da risolvere.



Questi puzzle possono essere resi più difficili utilizzando un cerchio in più di una direzione. Tutti i prossimi sette enigmi sono calcoli diretti tranne quello più a destra della prima riga. È più complicato perché l'unico cerchio nel mezzo è condiviso da due cerchi sconosciuti sopra di esso. Quel puzzle coinvolge numeri abbastanza piccoli da poter essere risolto facilmente con un po' di tentativi ed errori.

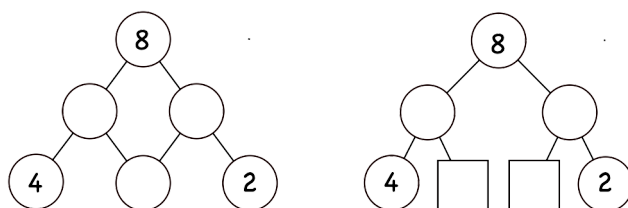


Un'altra opzione per aggiungere complessità a questi puzzle è utilizzare forme non circolari. Sebbene il valore in un cerchio possa o meno duplicare il valore in qualche altro cerchio o forma, il valore in una forma non circolare deve corrispondere al valore in tutti gli altri punti con la stessa forma. Ad esempio, tutti i quadrati hanno lo stesso valore. Usa le forme corrispondenti per esercitarti ad aggiungere gemelli, quasi gemelli e dimezzare.

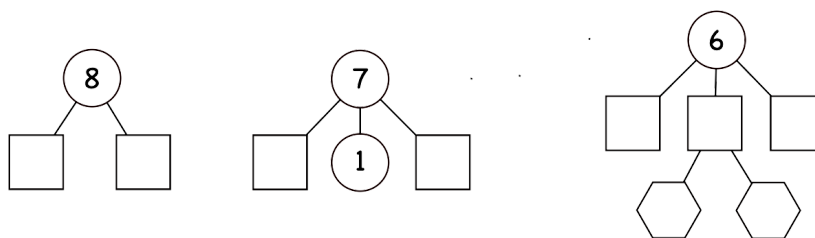
Se lo desideri, puoi aggiungere la regola secondo cui due forme non circolari che hanno forme diverse devono avere valori diversi, ad esempio un quadrato e un esagono dovrebbero avere valori diversi.

Realizza uno di questi puzzle partendo da un diagramma completamente compilato e poi rimuovendo alcuni numeri. Se il puzzle ha dei numeri ripetuti, usa un quadrato o un'altra forma invece di un cerchio per quel numero ripetuto.

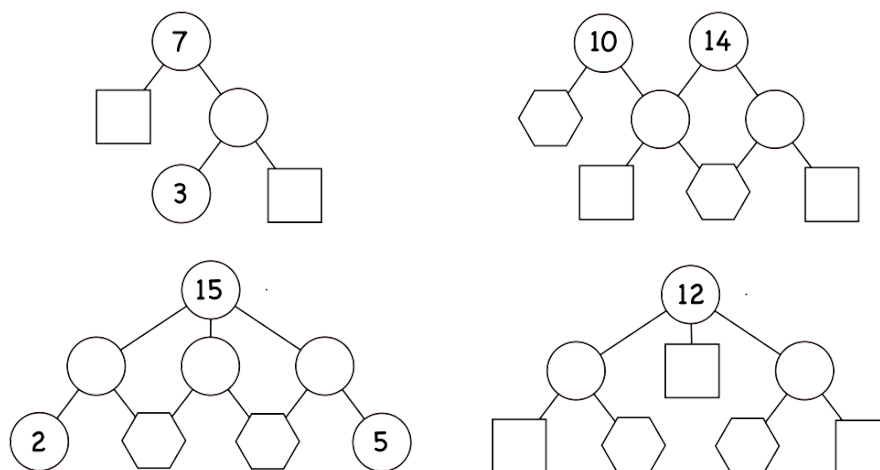
I prossimi due enigmi illustrano la differenza psicologica tra l'uso di un cerchio da due direzioni e la sostituzione del cerchio con due quadrati. Questi due puzzle sono essenzialmente gli stessi, ma un bambino troverà il primo molto più facile da capire e con cui lavorare. Per favore, dai a tuo figlio molta pratica con i puzzle solo circolari prima di avventurarsi in puzzle più sofisticati con forme non circolari.



I puzzle simili ai tre successivi sono utili per esercitarsi nell'aggiunta di gemelli, quasi gemelli e triple.



Ecco alcuni esempi di utilizzo di forme non circolari per creare puzzle più complicati. Se a tuo figlio piacciono, ci sono molte altre varianti da esplorare. Buon sconcerto!



# Capitolo 3 — Nim raddoppia il limite

## — Un mucchio —

Imposta un totale iniziale, diciamo 20. Lascia che tuo figlio scelga se iniziare per primo o per secondo. Durante il primo turno, un giocatore sceglie di sottrarre 1 o 2 dal totale corrente. Dopo il primo turno, un giocatore può sottrarre qualsiasi numero da 1 fino a due volte il numero utilizzato nell'ultimo turno. La prima persona che arriva a 0 vince.

Esistono molte versioni alternative di questo gioco. Alcuni di questi sono:

- La prima persona che raggiunge l'obiettivo perde.
- Invece di utilizzare l'intervallo da 1 a 2, l'intervallo iniziale va da 1 a uno in meno (o due in meno) rispetto al numero di destinazione.
- Esercitati ad aggiungere, piuttosto che a sottrarre, iniziando da 0 e facendo in modo che la prima persona che raggiunge l'obiettivo vinca (o perda).
- Il limite iniziale è uno (o due) inferiore al numero di destinazione, e invece di raddoppiare il valore utilizzato dell'ultimo turno, utilizzare il valore dell'ultimo turno come limite.
- Il limite iniziale è uno (o due) inferiore al numero di destinazione, e invece di raddoppiare il valore utilizzato dell'ultimo turno, utilizzare il triplo del valore dell'ultimo turno.

Come puoi vedere, ci sono molte varianti. Crea le tue regole familiari se ti piace il gioco.

Per la maggior parte, questi giochi sono molto più difficili da analizzare rispetto alle versioni di Nim che utilizzano un insieme fisso di scelte per ogni mossa.

## — Più di un mucchio —

Un altro modo per creare nuove versioni di questo gioco è utilizzare più di un numero. Immagina questa versione come se avesse diverse pile di gettoni (ciottoli, pezzi di cibo). Ad esempio, potresti avere due pile con 12 gettoni in una pila e 8 nell'altra. Una regola standard da usare è che puoi prendere un numero qualsiasi di gettoni, ma devono essere tutti da una pila.

Le versioni alternative di questo gioco sono:

- Ci sono più di due pile.
- Hai la possibilità di prendere lo stesso numero di gettoni da tutte le pile.
- Hai la possibilità di prendere lo stesso numero di gettoni dalle pile che scegli.
- Puoi prendere solo gettoni dalla pila più grande.

Come puoi immaginare, ci sono ancora più versioni di questo gioco; tuttavia, forse questo è più che sufficiente per ora!

# Capitolo 3 — Conteggio di pari e dispari

## — Configurazione di base —

Usa una piccola collezione di carte numeriche che coinvolgono alcune piccole quantità. Inizia con tre carte e in seguito usa più carte se a tuo figlio piace l'indagine.

Supponiamo che i numeri siano 1, 2 e 3. La domanda è: se prendi a caso due carte e le aggiungi, hai maggiori probabilità di ottenere un numero pari o dispari?

Ci sono due modi per esaminare questo. Un modo è fare esperimenti. Mescola le carte, scegli due carte a caso e vedi se la somma è pari o dispari. Dopo ogni esperimento, metti un segno di spunta nella colonna appropriata su un pezzo di carta per contare i risultati pari e dispari.

Il secondo modo è contare quanti modi ci sono per ottenere un numero dispari rispetto a un numero pari. Ad esempio, nel caso di utilizzo di 1, 2 e 3, esiste un modo per ottenere un numero pari ( $1 + 3$ ) e due modi per ottenere un numero dispari ( $1 + 2$ ,  $2 + 3$ ). Quindi, per i numeri 1, 2 e 3, le somme dei numeri dispari sono due volte più probabili.

Dopo aver giocato con 1, 2 e 3 per un po', prova altri gruppi di tre carte. 2, 3 e 4 si comportano diversamente? I gruppi 1, 3, 5 e 2, 4, 6 producono solo numeri pari - perché? Dopo aver giocato un po' con tre carte, guarda cosa succede con 4 o più carte.

Per farne un gioco, lascia che un giocatore sia Pari e l'altro sia Dispari. Scopri chi ha il maggior numero di successi dopo una dozzina di prove.

## — Analisi dell'indagine —

La cosa divertente di un'indagine è che invita una persona a giocare con i numeri ed essere un matematico. Come accennato in precedenza, gioca con diversi gruppi di tre numeri. Dopo alcuni esperimenti, tuo figlio potrebbe notare che qualsiasi gruppo di tre numeri che ha almeno un numero pari e un numero dispari si comporta allo stesso modo. Tuttavia, se tutti i numeri sono tutti dispari o tutti pari, le somme sono tutte pari. Il che fa sorgere la solita domanda: perché succede?

Dopo alcuni esperimenti, anche un bambino può inciampare sulla bella regola teoria dei numeri che dice:

- Anche più Even è anche
- anche più strana è Odd
- Odd più strana è anche

Perché questa regola il lavoro? Usa l'attività Forme numeriche per rappresentare i numeri pari e dispari con due righe di gettoni: quando l'aggiunta di questi numeri uscirà a due righe uguali?

Una volta scoperta questa regola, tuo figlio potrebbe rendersi conto che i numeri particolari non contano così tanto. Avere i numeri 1, 2, 3 non è davvero diverso dall'avere i numeri 3, 4, 5 (o 3, 12, 17 se è per questo). L'analisi dipende davvero da quanti numeri sono pari e quanti sono dispari.

Con questo in mente, ecco una tabella dei possibili risultati per i gruppi di tre e quattro dimensioni.

### 3 Numeri:

- 3
- Pari, 0 Dispari - 3 Pari 2 Pari, 1 Dispari - 1 Pari, 2 Dispari Pari, 2 Dispari
- 1- 1 Pari, 2 Dispari Pari, 3 Dispari Pari
- 0- 3

### 4 Numeri:

- 4
- Pari, 0 Dispari - 6 Pari, 1 Dispari - 3 Pari, 3 Dispari Pari, 2 Dispari
- 2- 2 Pari, 4 Dispari
- 1 Pari, 3 Dispari - 3 Pari, 3 Dispari Pari
- 0, 4 Quote - 6 Pari

I risultati sono sorprendenti e lasciano molte cose da indagare se uno è interessato! Cosa succede con 5 numeri, 6 numeri o più? Perché scambiare numeri pari e numeri dispari non sembra cambiare i risultati? Ad esempio, se hai 3 Pari e 1 Dispari ottieni gli stessi risultati di 1 Pari e 3 Dispari. Per circostanze come 3 Pari e 1 Dispari, perché i risultati risultano bilanciati quando i conteggi Pari e Dispari iniziano sbilanciati?

Questa è una bella matematica e anche un bambino piccolo può giocarci!

## Capitolo 3 — Somma gruppi

Questi puzzle utilizzano una griglia di numeri con una somma obiettivo. Trova gruppi di due, tre o quattro numeri che si sommano al bersaglio. I membri di un gruppo devono condividere i lati. Usa i segnalini, come diversi tipi di cibo, per identificare ciascun gruppo all'interno del puzzle. Una volta completato, l'intero puzzle sarà composto da gruppi identificati.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

Questi enigmi forniscono una pratica particolarmente buona con i legami numerici. Usando i gettoni invece di una matita, puoi usare i fogli del puzzle più e più volte.

Crea questi puzzle iniziando con una griglia vuota e inserendo i numeri intorno alla griglia usando coppie e triple che si sommano alla somma target. È più divertente se il puzzle ha una sola soluzione, ma non preoccuparti.

6	1	2	2
	5	3	4
	1	3	3

1	6	2
1	0	4
4	1	5

1	2	3
5	3	4
1	3	2

4	2	1
3	5	1
3	1	4

1	0	1
5	5	4
3	3	2

6	5	1	4	2
	3	1	3	3
	2	2	3	1
	5	1	4	2

4	5	1	3
2	1	3	3
5	2	2	4
1	3	1	2

1	5	2	4
3	2	3	2
1	1	2	4
3	3	5	1

1	5	2	1
3	2	1	5
1	2	3	1
2	4	3	3

7	2	4	3
	5	2	1
	6	1	4

2	6	1
1	4	5
4	3	2

7	1	3
0	3	4
1	6	3

5	1	1
4	4	3
3	7	0

4	4	3
1	2	2
6	1	5

7	5	2	1	1
	6	1	2	6
	3	4	3	1
	4	3	5	2

6	1	4	1
4	5	2	3
3	2	3	4
1	6	3	1

4	5	2	1
3	1	3	4
2	3	4	2
3	2	2	1

2	5	3	4
1	5	4	3
6	2	1	6
6	1	2	5

8	5	1	7
	1	2	3
	6	2	5

6	2	4
3	1	4
5	3	4

4	4	1
4	2	7
2	3	5

7	1	0
1	2	8
5	3	5

1	0	4
4	8	4
3	6	2

8	0	8	3	2
	2	4	4	3
	6	5	5	7
	1	2	3	1

2	3	5	3
6	4	3	2
2	4	3	5
4	2	1	7

2	3	2	1
3	2	5	2
1	6	1	3
7	4	4	2

7	1	2	3
2	1	6	5
3	5	1	3
5	4	4	4

9	1	0	9
	4	6	5
	4	3	4

5	6	3
4	5	7
3	1	2

1	2	7
3	5	4
0	9	5

4	1	8
2	3	3
5	4	6

7	4	5
2	6	2
1	8	1

9	5	4	3	6
	7	4	2	3
	2	5	3	6
	8	1	1	3

5	5	4	5
2	4	2	7
2	6	3	6
1	8	1	2

5	2	2	1
3	5	2	6
3	1	3	4
3	7	2	5

2	3	6	3
7	5	3	3
2	2	7	2
5	4	1	8

10	8	2	3
	5	3	4
	5	7	3

6	5	5
1	3	6
2	8	4

7	5	4
3	1	9
4	6	1

4	2	1
4	5	3
4	1	6

1	9	7
4	3	3
3	4	6

10	1	5	3	2
	4	3	7	4
	5	3	5	6
	3	4	1	4

8	9	1	3
1	1	3	4
6	3	5	5
4	7	1	9

4	1	5	5
5	3	2	1
6	5	7	2
4	1	6	3

1	6	8	2
3	1	3	6
3	1	6	5
7	9	4	5



# Capitolo 3 — Zoo Rescue

## — Descrizione del gioco —

In questo gioco, usa due dadi o due serie di carte numeriche che vanno da 1 a 6. Ogni giocatore ha 6 gettoni: i gettoni animale sono perfetti per questo gioco se li hai. Ogni giocatore ha anche un pezzo di carta con le caselle numerate da 0 a 5. Ogni giocatore decide dove mettere i suoi 6 gettoni – va bene mettere più di un gettone in una scatola.

Durante il turno di un giocatore, vengono creati due numeri tirando i dadi o pescando due carte e viene utilizzata la differenza di quei numeri. Un giocatore può liberare uno dei suoi gettoni se ne ha uno in quella scatola. Il primo giocatore che salva tutti i propri gettoni vince.

## — Strategia per piazzare i gettoni —

Come dovrebbe un giocatore piazzare i 6 gettoni? Come spesso è una buona idea, iniziamo con una domanda più semplice: dove sarebbe il posto migliore per mettere 1 gettone. Questo sarebbe chiaramente nella casella più probabile che si verifichi. Piuttosto che fare analisi complicate, possiamo semplicemente elencare le possibilità e vedere quali differenze si verificano di più.

1-1	0		2-1	1		3-1	2		4-1	3		5-1	4		6-1	5
1-2	1		2-2	0		3-2	1		4-2	2		5-2	3		6-2	4
1-3	2		2-3	1		3-3	0		4-3	1		5-3	2		6-3	3
1-4	3		2-4	2		3-4	1		4-4	0		5-4	1		6-4	2
1-5	4		2-5	3		3-5	2		4-5	1		5-5	0		6-5	1
1-6	5		2-6	4		3-6	3		4-6	2		5-6	1		6-6	0

Contando i risultati, avere 0 - 6, 1 - 10, 2 - 8, 3 - 6, 4 - 4, 5 - 2. Quindi, 1 è chiaramente la scelta migliore e accadrà 10 / 36 delle volte. Possiamo classificarli in ordine di frequenza come 1, 2, 3, 0, 4 e 5.

La domanda molto più difficile è cosa fare con più di un token. Una volta che hai visto questi numeri, una buona domanda per un bambino più grande è: perché non dovresti semplicemente mettere tutti i tuoi gettoni su 1? Per vedere la risposta a questo, immagina la situazione più semplice in cui hai solo due token e hai ignorato tutti i risultati che non erano 1 o 2. Quindi 1 accadrebbe 10/18 delle volte e 2 accadrebbe 8/18 delle volte. Se metti entrambi i gettoni su 1, dovresti ottenere un 1 e poi un 1 per vincere dopo due lanci. Tuttavia, se metti un token su 1 e un token su 2, avresti successo dopo due lanci con un 1 e poi un 2, o un 2 e poi un 1 - qualcosa che ha circa il 60% di probabilità in più che accada!

Piuttosto che addentrarci in un'analisi lunga e dettagliata, lasciamolo a qualcosa di abbastanza semplice che fa appello alla nostra intuizione: metti la maggior parte dei tuoi token su 1, il secondo più su 2 e forse uno su 0 o 3. Non c'è alcuna garanzia che tu vincerai, ma alla lunga dovresti farcela!

# Capitolo 3 — Somme comuni

## — Introduzione all'indagine —

Crea un foglio di carta con 12 righe. In ogni riga, metti 8 quadrati. La colonna di quadrati più a sinistra ha i numeri da 1 a 12 scritti nei quadrati. Metti 1 gettone su ciascuno dei 12 numeri. Inizia a tirare un paio di dadi. Dopo ogni lancio, sposta il segnalino della somma dei dadi di una casella a destra. L'obiettivo di ogni token è essere il primo ad arrivare completamente a destra attraverso la pagina.

Lascia che tuo figlio faccia alcune domande su cui indagare. Alcune domande naturali sono:

- quale token vincerà e perché?
- Quali token funzionano bene e quali male?
- Quale token è il peggiore?
- Come cambieranno i vincitori se le righe vengono cambiate per avere meno quadrati o più quadrati?

Chiedi a tuo figlio di spiegare le sue idee sulle risposte a queste domande e poi di indagare sulle sue idee eseguendo esperimenti.

Aggiungi un elemento competitivo a questo indovinando quale token vincerà prima dell'inizio del round.

## — Analisi —

Come per l'analisi del gioco precedente, il modo più semplice per utilizzarlo è elencare tutte le possibilità.

1+1	2		2+1	3		3+1	4		4+1	5		5+1	6		6+1	7
1+2	3		2+2	4		3+2	5		4+2	6		5+2	7		6+2	8
1+3	4		2+3	5		3+3	6		4+3	7		5+3	8		6+3	9
1+4	5		2+4	6		3+4	7		4+4	8		5+4	9		6+4	10
1+5	6		2+5	7		3+5	8		4+5	9		5+5	10		6+5	11
1+6	7		2+6	8		3+6	9		4+6	10		5+6	11		6+6	12

Riassumendo la frequenza abbiamo: 1 - 0, 2 - 1, 3 - 2, 4 - 3, 5 - 4, 6 - 5, 7 - 6, 8 - 5, 9 - 4, 10 - 3, 11 - 2, 12 - 1. a proposito, questi sono buoni numeri da ricordare per qualsiasi gioco di dadi che implica la somma dei due dadi!

Quindi, 1 perderà sempre e 7 ha maggiori probabilità di vincere. Tuttavia, la differenza di frequenza tra 7 e 6 o 8 non è molto grande. Se fai solo pochi lanci, sarebbe molto difficile prevedere con certezza quale vincerebbe. È solo quando fai molti lanci che puoi garantire che 7 alla fine vincerà.

## Capitolo 3 — Variazioni di Sudoku

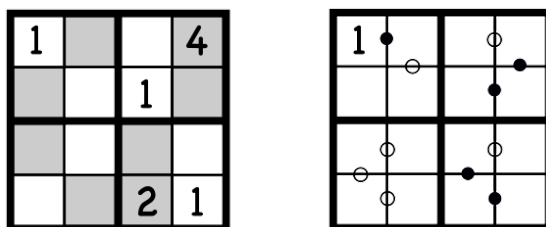
Ci sono moltissime varianti di Sudoku nel mondo, e ci sono ancora più altri puzzle simili a quelle variazioni di Sudoku. Questa sezione esaminerà cinque di queste varianti di Sudoku. Questi seguono tutti la regola del "quadrato latino" - che ogni numero si verifica esattamente una volta in ogni riga e colonna.

Puoi creare uno qualsiasi di questi sudoku iniziando con un puzzle pieno del tipo appropriato: un quadrato latino o un sudoku puzzle. Tutte le soluzioni Sudoku fornite nel materiale bonus per i capitoli 1-2 dovrebbero esserti utili per questo. Dopo che hai una soluzione in mano, aggiungi le informazioni aggiuntive necessarie per questo tipo speciale di puzzle e rimuovi alcuni o tutti i numeri.

### — Jigsaw Sudokus con informazioni aggiuntive —

Questi due tipi di puzzle sono quadrati latini che hanno la restrizione aggiuntiva che ogni sottoregione ha ogni numero che si verifica esattamente una volta. Oltre ad essere un Jigsaw Sudoku, hanno proprietà aggiuntive.

Sudoku Pari-Dispari. In questi puzzle, i numeri pari sono in grigio. Queste informazioni aggiuntive tendono a rendere questi puzzle molto semplici ed è solitamente possibile rimuovere quasi tutti i numeri.



Kropki Sudoku. Questo è lo stesso del normale Sudoku, tranne che vengono aggiunti due tipi di punti posizionati tra le celle. Se il punto è vuoto, i due numeri sono separati da uno. Se il punto è pieno, un numero è la metà dell'altro numero. Simile ai puzzle Pari-Dispari, queste informazioni aggiuntive tendono a rendere questi puzzle abbastanza facili e ciò significa che quasi tutti i numeri possono essere rimossi.

### — Sudoku con addizione e sottrazione —

Puzzle hese sono suddivisi in sub-regioni che hanno un numero di destinazione loro assegnato. A differenza del Sudoku standard, è consentito ripetere un numero in una sottoregione purché il puzzle sia ancora un quadrato latino. Se una sottoregione contiene solo un quadrato, il numero di destinazione sarà il valore di quel quadrato.

In un puzzle Sumdoku Sudoku, la somma di tutti i numeri in una sottoregione è il numero di destinazione dato. In un puzzle Diffdoku Sudoku, tutte le sottoregioni hanno uno o due quadrati. Se una sottoregione ha due quadrati, la differenza dei due numeri è il numero di destinazione dato.

3+		3	7+
6+	4+		
		6+	4+
7+			

3-	1-	3	2-
		3-	
1-	1		2-
	2-		

In un puzzle Sumdiffdoku Sudoku, vengono utilizzate sia l'addizione che la sottrazione. Le sottoregioni sono contrassegnate con un "+" o un "-" per indicare se prendere una somma o una differenza.

I tre tipi di puzzle sono solitamente realizzati senza numeri indicati in essi. Naturalmente, le sottoregioni con un quadrato sono essenzialmente quadrati con il numero compilato. Per un bambino piccolo, potresti voler fornire alcuni numeri per creare il puzzle all'interno del loro livello di complessità.

Per variare i calcoli matematici, usa diversi gruppi di numeri invece dei soliti da 1 a 4 per un 4 per 4. Ad esempio, usa i numeri 1, 3, 5 e 7. Se lo fai, elenca i numeri sopra il puzzle così tuo figlio saprà cosa usare.

## Capitolo 3 — Quanti modi

Contare il numero di modi di fare scelte può portare ad alcuni risultati interessanti. La maggior parte di queste situazioni di conteggio traggono vantaggio dall'essere esaminate sistematicamente. Questo è difficile da fare per un bambino, e va bene: lascia che ci giochino e si godano l'esplorazione. Essere sistematici può aspettare fino a quando non sono più grandi.

### — Indagine 1 —

Disegnando solo con il rosso e il blu, in quanti modi puoi disegnare un mostro con cappello, occhi e mantello? Come cambia questo se hai colorato solo il cappello e il mantello? Come cambierebbe se usassi tre colori o se potessi usare ogni colore solo una volta?

Fare questa indagine in modo sofisticato implica la moltiplicazione, ed è troppo presto per farlo. Tuttavia, tuo figlio può giocare con queste idee e iniziare a sviluppare un senso su come fare questo tipo di conteggio.

Affrontiamo queste domande una alla volta. Il cappello può essere rosso o blu, gli occhi possono essere rossi o blu e il mantello può essere rosso o blu. Ogni oggetto da colorare raddoppia il numero di possibilità. Quindi, 2 raddoppiato e poi raddoppiato di nuovo dà 8 possibilità. Elencare questi è un buon modo per vederlo. Sia R per il rosso e B per il blu, ed elenca i colori nell'ordine per il cappello, gli occhi e il mantello. Le possibilità sono: RRR, RRB, RBR, RBB, BRR, BRB, BBR, BBB.

Colorando solo il cappello e il mantello si ottengono 2 raddoppiati, ovvero 4 possibilità. L'elenco per questo è: RR, RB, BR, BB.

Se avessi tre colori per le tre cose da colorare, avresti  $3 \times 3 \times 3 = 27$  possibilità (un lungo elenco).

In generale, se hai eventi che non si influenzano a vicenda, moltiplica le possibilità. Se ti è permesso usare ogni colore solo una volta, gli eventi si limitano a vicenda e si influenzano a vicenda. Elenchiamoli usando G (per il verde) per il terzo colore: RBG, RGB, BGR, BRG, GRB, GBR.

### — Indagine 2 —

Hai una fila di 5 caramelle identiche. In quanti modi puoi colorarli per darne 2 rossi e 3 blu?

Segna 2 pezzi di carta con una R e 3 pezzi di carta con una B. Il tuo bambino può giocare con i dieci modi disponibili per disporli. L'elenco è: RRBBB, RBRBB, RBBRB, RBBBB, BRRBB, BRBRB, BRBBR, BBRRB, BBRBR, BBBRR. Un modo per vedere questo è che una volta decisi i 2 punti per il rosso, il blu non ha scelta e deve andare negli altri 3 punti. È interessante notare che puoi anche guardarlo dall'altra parte posizionando prima i 3 pezzi blu.

Se ti stai divertendo, varia questa indagine cambiando i tre numeri - assicurati solo che i due numeri più piccoli si sommano al numero totale di caramelle.

### — Indagine 3 —

Trova tutti i modi per ottenere una somma aggiungendo i numeri 1 e 2. Fallo con e senza considerare l'ordine.

Non considerare l'ordine. Guarda l'esempio di sommare fino a 4. Le possibilità sono  $1+1+1+1$ ,  $2+1+1$  e  $2+2$ . Ci sono 3 modi per farlo. Dopo aver provato qualche altro esempio, ti rendi conto che stai contando il numero di modi in cui utilizzare i 2 per sommare i numeri inferiori o uguali a 4. Puoi avere da 0 a 2 dei 2, quindi ci sono 3 modi per farlo. In generale, la risposta sarà uno più della metà del numero per i numeri pari e uno più della metà di uno in meno del numero per i numeri dispari.

Considera l'ordine. Per l'esempio di 4, le possibilità sono  $1+1+1+1$ ,  $2+1+1$ ,  $1+2+1$ ,  $1+1+2$  e  $2+2$ . Quindi ci sono 5 modi per farlo. Gioca con molti esempi e crea una tabella dei risultati. Ecco cosa dovresti ottenere (ok, probabilmente non sei arrivato fino a 10):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Dopo aver guardato questi numeri, tuo figlio potrebbe notare che ogni coppia di numeri si aggiunge al numero successivo. Perché questo accade? Questi numeri sono chiamati numeri di Fibonacci e si presentano sorprendentemente spesso.

Per vedere perché questi numeri si verificano in questa indagine, guarda l'esempio di 4 e guarda l'ultimo numero utilizzato nella somma. L'ultimo numero è 1 o 2. Se è un 1, i numeri precedenti danno tutti i modi per sommare fino a 3. Se l'ultimo numero è 2, i numeri precedenti danno tutti i modi per sommare fino a 2. Quindi, il numero di modi per sommare fino a 4 è il totale dei modi per sommare fino a 3 più i modi per sommare fino a 2.

Numeri più grandi. Se ti piace questo, puoi giocare con il numero di modi per ottenere somme che coinvolgono i numeri da 1 a 3 o anche da 1 a 4. Cercare schemi in questi casi è molto più difficile, ma giocare con i numeri sarà solo come divertente.

# Capitolo 3 — Ordinazione del mazzo di carte

## — Introduzione —

La sfida è impilare un mazzo di carte numerate, diciamo da 1 a 5, in modo che sia vero quanto segue:

La prima carta è 1. Metti da parte questa prima carta. Sposta la carta successiva in fondo al mazzo. La carta successiva è 2 e viene messa da parte. Sposta la carta successiva in fondo al mazzo. Continua finché tutte le carte non sono state messe da parte in ordine.

Una volta che tuo figlio trova facile da 1 a 5, sfida tuo figlio a farlo per intervalli di numeri più grandi.

## — Sii sistematico —

La difficoltà con questo puzzle è essere sistematici. Per qualsiasi mazzo di carte, puoi giocarci e alla fine trovare la risposta. Cerchiamo modelli interessanti che lo rendano più facile.

Supponiamo di disporre le carte in ordine sul tavolo. Ecco le soluzioni per i primi casi. I numeri elencati dopo la freccia danno l'ordine delle carte rimanenti dopo il primo passaggio attraverso le carte.

1

1 2 -> 2

1 3 2 -> 3

1 3 2 4 -> 3 4

1 5 2 4 3 -> 5 4

1 4 2 6 3 5 -> 4 6 5

1 6 2 5 3 7 4 -> 6 5 7

Se c'è un numero pari di carte (diciamo 6), allora le posizioni dispari vengono riempite con la prima metà delle carte in ordine (3 in questo caso), e le altre posizioni vengono riempite usando la soluzione per la metà le carte sono solo aumentate di valore. Nell'esempio per 6, i punti dispari sono riempiti con 1, 2, 3 e i punti pari sono riempiti con 4, 6, 5 - i valori 1, 3, 2 (la soluzione per un mazzo di tre carte) sono aumentati ciascuno per 3.

Lo schema per un numero dispari di carte è un po' più complicato. Come prima, i punti dispari vengono riempiti con la prima metà circa dei numeri (da 1 a 4 nel caso di 7). Se guardi gli esempi, la prima carta dopo la freccia verrà spostata alla fine, quindi dovrebbe essere la carta che vuoi per ultima in quella sequenza. Dopo tale osservazione, la risposta procede come nel caso pari.

# Capitolo 3 — Piramide delle differenze

## — Introduzione —

La sfida consiste nel posizionare i numeri da 1 a 6 in una piramide con una carta nella riga superiore, due carte nella seconda riga e tre carte nella terza riga, dove ogni numero è la differenza dei due numeri sottostanti.

Se hai problemi, ecco due suggerimenti che aiutano. Il 6 deve essere nella riga inferiore perché non può essere la differenza di nessuna coppia di numeri. Allo stesso modo, il 5 deve essere nella riga inferiore o nella riga centrale sopra il 6 e l'1.

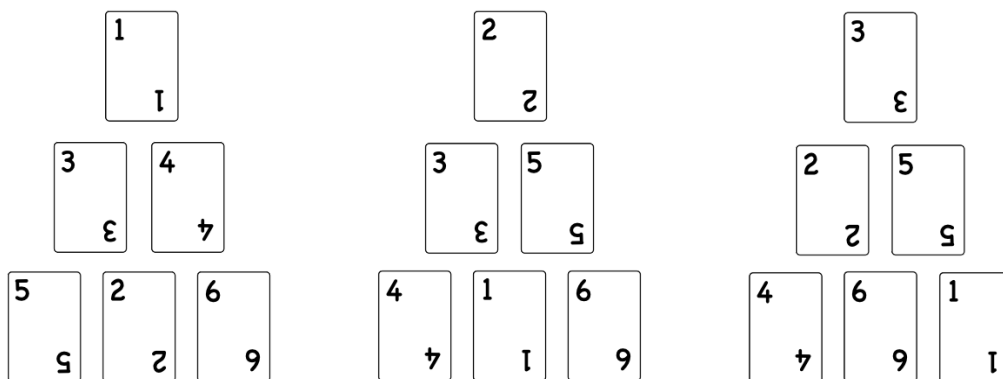
## — Quali sono le soluzioni "diverse"? —

Se tuo figlio trova questo puzzle facile da fare, sfidalo a trovare tutti i modi in cui può essere fatto. Discutere cosa significa che due soluzioni sono diverse: se una soluzione è l'immagine speculare di un'altra, dovrebbe essere considerata diversa?

Rispondere alla domanda su cosa rende diverse le soluzioni è utile all'inizio. Poiché l'immagine speculare di qualsiasi soluzione è facile da realizzare ed è anche una soluzione, ha senso ignorarle. Ignorare le immagini speculari ridurrà della metà il numero di soluzioni da considerare.

Ad esempio, possiamo supporre che non solo il 6 sia nella riga inferiore, ma sia nel mezzo o sul lato destro della riga inferiore. Continuando che pensando con il 5, la riga in basso può avere solo quattro possibili layout: 5 a 6, b 5 6, c 1 6, oppure d 6 1.

A questo punto si tratta di lavorare sui vari possibili valori di a, b, c e d. Dopo alcuni tentativi ed errori scoprirai che a è 2, b non può mai funzionare, c deve essere 4 e d dev'essere 4. Quindi, ignorando le immagini speculari, ci sono esattamente tre soluzioni:





### — Piramidi più grandi —

Usiamo le carte da 1 a 10 per fare una piramide con quattro file. Questo è molto più complicato. Alcune carte possono essere piazzate, ma dopo ciò richiede una certa determinazione. Poiché 10 non può essere la differenza di due carte, deve andare nella riga inferiore. Allo stesso modo, il 9 è nella riga inferiore o è nella riga successiva sopra l'1 e il 10. Anche le carte 8 e 7 sono buone carte da usare per liberarsi delle possibilità.

Ciò significa che la riga inferiore appare come una delle seguenti (ignorando le immagini speculari):

ab 9 10, c 9 d 10, 9 ef 10, gh 10 9, i 9 10 j, 9 k 10 L, mn 1 10, o 1 10 p, qr 10 1

Ci sono molte possibilità da considerare!

Fortunatamente, se si considera dove possono andare 8 e 7, le possibilità si riducono alla seguente lista (ammesso che non ci siano errori!). È facile finire ognuno di questi dopo aver ottenuto la riga inferiore.

8 3 10 9, 6 1 10 8, 8 1 10 6 Le

piramidi di dimensione 15, 21 o superiori sono lasciate ai veri devoti. Buona fortuna e divertiti!