



## Capitolo 4 Materiale bonus

### — Introduzione —

Sei una persona che desidera che ci siano più esempi, discussioni e commenti nelle descrizioni intenzionalmente brevi delle lezioni? Se è così, sei capitato nel posto giusto! Questo file contiene materiale bonus per alcune delle attività del capitolo 4.

Per i puzzle, vengono forniti molti esempi di puzzle risolti, insieme a commenti aggiuntivi su come crearli. Il programma Early Family Math si basa sull'idea che la matematica precoce è qualcosa che una famiglia dovrebbe fare insieme, e fare puzzle per tuo figlio da fare con te è una parte importante di questo processo. Una volta che avrai preso confidenza con ogni puzzle, dovresti scoprire che la maggior parte, se non tutti, i puzzle sono abbastanza facili da creare.

Molti di questi puzzle hanno diversi livelli di difficoltà e nelle prossime pagine ci sono molti suggerimenti ed esempi su come creare quei livelli. Inizia sempre con i puzzle più semplici. È molto meglio che tuo figlio sperimenti successo, comprensione e divertimento con enigmi un po' troppo facili, piuttosto che essere frustrato, scoraggiato e sopraffatto da enigmi troppo difficili. Una volta che tuo figlio acquisisce fiducia ed entusiasmo per un'attività di matematica, è il momento di incorporare lentamente le sfide più grandi. Inoltre, non tutti i puzzle saranno divertenti per tutti, quindi non spingere puzzle e attività che semplicemente non sembrano connettersi.

Questo è ciò che troverai nelle pagine seguenti:

- **Capitolo 4 — Somme incluse**
- **Capitolo 4 — Isola hopping - Compensazione**
- **Capitolo 4 — DiffTriangles e SumTriangles**
- **Capitolo 4 — Isola hopping - Salta il conteggio**
- **Capitolo 4 — Risolvilo**
- **Capitolo 4 — Da un'isola all'altra per unità e decine**
- **Capitolo 4 — Puzzle a forma di solitario**
- **Capitolo 4 — Somma quadrata**
- **Capitolo 4 — Piramide di addizione**
- **Capitolo 4 — Indagini**

---

### — Informazioni legali —

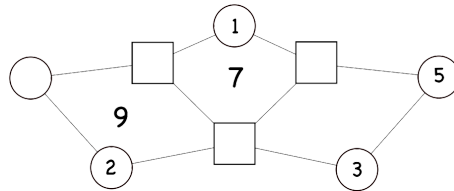
Ogni famiglia dovrebbe avere l'opportunità di imparare e divertirsi con la matematica insieme. A tal fine, Early Family Math è una raccolta di materiali che famiglie ed educatori possono modificare, tradurre, copiare e distribuire liberamente, senza chiedere il permesso, solo per usi non commerciali.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.0 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 International License

## Capitolo 4 — Somme incluse

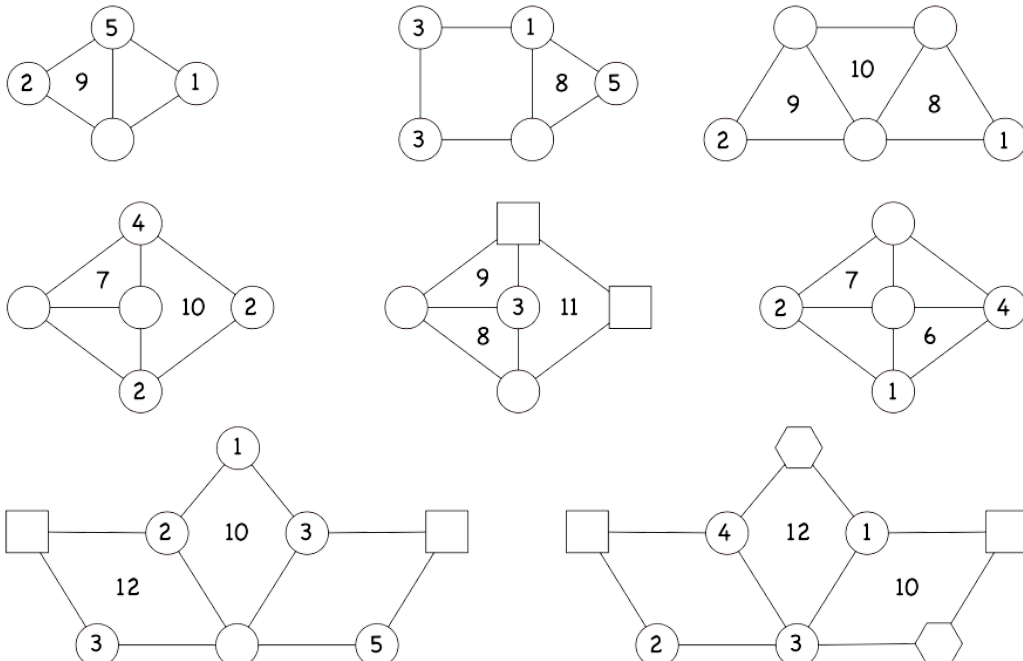
Questi puzzle hanno forme collegate da linee. Ogni regione racchiusa ha un numero che è la somma delle forme che la delimitano. Simile ai puzzle Shape Sum, i cerchi possono avere qualsiasi valore e il valore per una forma non circolare deve essere lo stesso di qualsiasi altra forma dello stesso tipo. Ad esempio, tutti i quadrati devono avere lo stesso valore e tutti gli esagoni avrebbero lo stesso valore. Puoi facoltativamente aggiungere la regola che le diverse forme non circolari devono avere valori diversi, ad esempio che quadrati ed esagoni devono avere valori diversi.

Il puzzle per il tuo bambino è capire i numeri nelle forme e nelle regioni che non sono fornite.



Crea questi puzzle creando un diagramma di cerchi e forse alcune altre forme. Quindi, riempi tutte le figure con numeri e riempi le regioni delimitate con la somma delle cifre che le circondano. Infine, rimuovi alcuni dei numeri.

Come con i puzzle Shape Sum nel Capitolo 3, inizia con puzzle semplici con solo uno o due numeri mancanti e progrediscono lentamente verso puzzle con più numeri mancanti, regioni più racchiuse l'una accanto all'altra e più uso di valori in regioni non circolari.



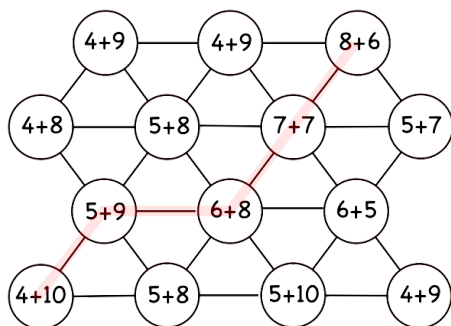
## Capitolo 4 — Isola hopping — Compensazione

L'utilizzo della compensazione per l'addizione è un modo per rendere i problemi di addizione molto più semplici. L'idea è di togliere un importo da uno dei numeri aggiunti e darlo all'altro numero - il risultato rimane lo stesso, ma diventa più facile lavorare con uno dei numeri.

Ad esempio, quando sommi  $7 + 8$ , se togli 2 da 7 e lo dai all'8, il problema diventa  $5 + 10$ . In alternativa, se togli 3 dall'8 e lo dai al 7, il problema diventa  $10 + 5$ . Ogni volta che puoi rendere uno dei numeri un multiplo di 10, avrai un problema molto più semplice.

Questi enigmi forniscono pratica nella creazione di nuovi problemi utilizzando la compensazione. La sfida è trovare un percorso che colleghi tutte le isole con la stessa risposta. È legale collegare due isole solo se il numero del loro problema differisce di 1. Solo alcune delle isole saranno sul percorso.

Realizza questi puzzle iniziando con una decina di isole con alcune connessioni. Identificare un percorso da un bordo all'altro delle isole. Lungo quel percorso, metti problemi che differiscono l'uno dall'altro per uno - magari inizia con un problema che implica l'aggiunta di 10, e poi fai delle variazioni su di esso. Nelle isole vicine al percorso, metti problemi con piccole modifiche che hanno risposte diverse.

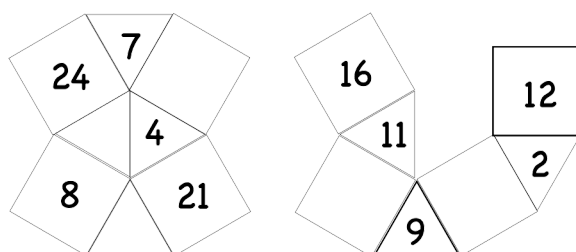


C'è davvero poco da fare per variare la durezza di questi puzzle. L'introduzione di percorsi falsi probabilmente porterà alla confusione piuttosto che alla sfida, e quindi è generalmente una cattiva idea.

# Capitolo 4 - DiffTriangles e SumTriangles

## — DiffTriangles —

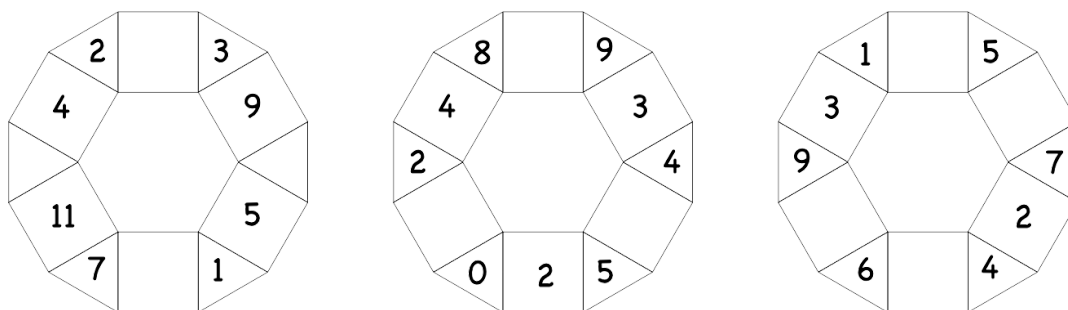
I puzzle DiffTriangles hanno triangoli e quadrati che condividono i lati. Un triangolo ha sempre esattamente due quadrati sui lati e il lato rimanente ha un triangolo o è vuoto. Il numero di un triangolo è la differenza dei due quadrati adiacenti. La sfida è fornire i numeri mancanti.



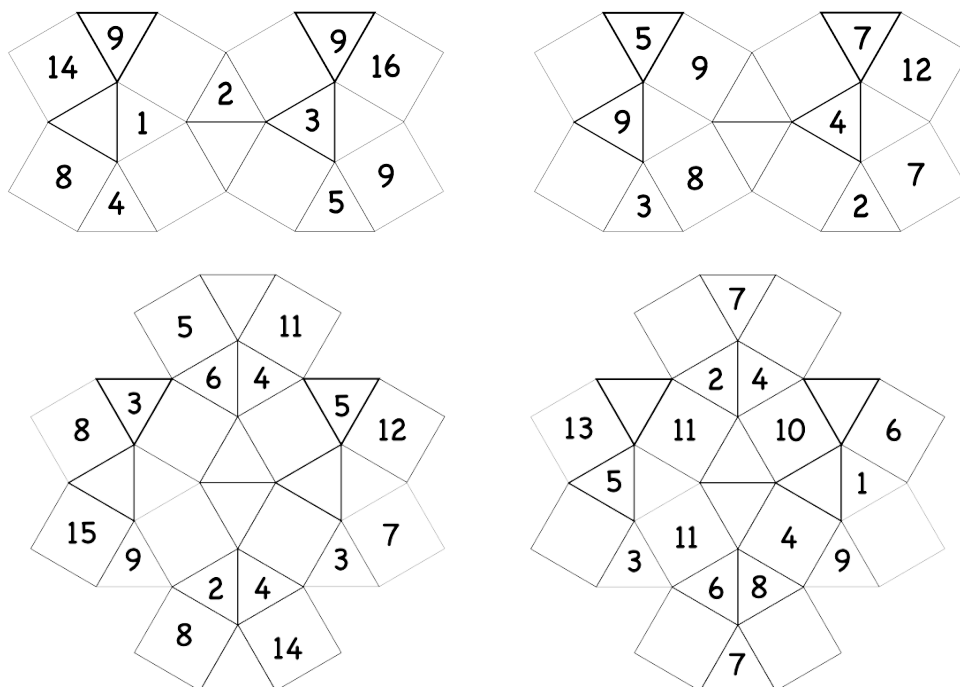
**Costruire puzzle:** creare puzzle senza loop è facile. Disegna una sequenza alternata di quadrati e triangoli, inserisci i numeri a partire da un'estremità e poi procedi fino all'estremità. Quando hai finito, rimuovi alcuni dei numeri. Realizzare puzzle con loop o interazioni più complicate è più complicato; tuttavia, lo sforzo ripaga con alcuni enigmi impegnativi!

Quando tuo figlio si sentirà molto a suo agio con questi, potrebbe voler dare una svolta alla creazione di nuovi enigmi. Dovrebbero divertirsi e imparare molto cercando di capire come i numeri combaciano.

**Strategie per la risoluzione:** i primi posti da fare sono tutti i triangoli tra due quadrati pieni. Un altro caso semplice è un quadrato accanto a un triangolo pieno che ha un quadrato pieno più piccolo accanto - in questo caso, poiché non stiamo lavorando con numeri negativi, c'è solo una scelta per riempire il quadrato vuoto. Il caso più comune è un quadrato che ha due possibili valori guardando in una direzione e altre due possibilità guardando nell'altra direzione - di solito c'è solo un numero che si sovrappone in quelle possibilità.

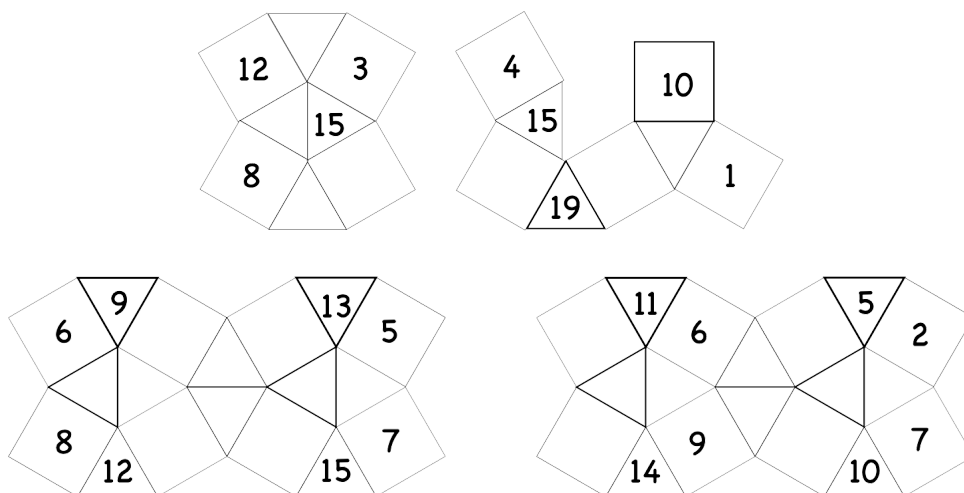


Ecco alcuni esempi con molte interconnessioni.



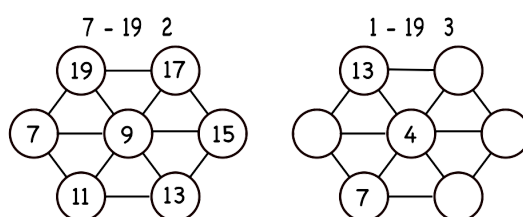
### — Somma Triangoli —

I puzzle SumTriangles sono proprio come DiffTriangles solo che usano l'addizione al posto della sottrazione. Il valore di un triangolo è la somma dei suoi due o tre quadrati vicini. Crea questi puzzle usando metodi simili a DiffTriangles. I puzzle SumTriangles sono in genere più semplici da risolvere rispetto a DiffTriangles.



# Capitolo 4 — Island Hopping — Salta il conteggio

Questi puzzle hanno isole (cerchi) collegate da ponti (linee). In questa versione di Island Hopping, le connessioni vengono effettuate saltando il conteggio. Alcune delle isole hanno numeri scritti su di esse e alcune inizieranno in bianco. Sopra il puzzle c'è il numero iniziale, il numero finale e l'importo da saltare. La sfida è riempire i numeri mancanti e trovare il percorso. Puoi anche posizionare i numeri e gli spazi vuoti su pezzi di carta sul pavimento per creare un puzzle a passi.

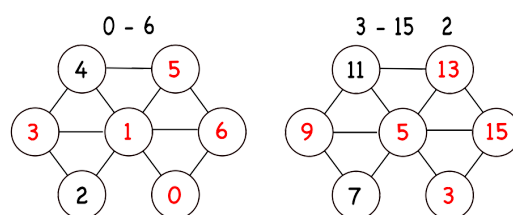


Come con l'attività Salta il conteggio, crea puzzle per esercitarti ad andare avanti o indietro partendo da una varietà di numeri, non solo numeri che sono un multiplo dell'importo del salto.

Creare questi puzzle è come creare i puzzle Island Hopping - Counting dall'inizio del Capitolo 2. Crea prima le isole, inserisci i numeri di skip counting, collegale nell'ordine corretto e poi aggiungi alcune connessioni aggiuntive per aiutare a creare un puzzle fuori di esso. Nella versione che dai a tuo figlio, rimuovi alcuni numeri lasciando a sufficienza in modo che possa ancora essere capito.

Puoi rivisitare le strategie di costruzione del puzzle descritte nel materiale bonus per il capitolo 2 per Island Hopping - Counting. Inoltre, se hai ancora uno di quei puzzle, è molto facile convertire uno di quei puzzle in uno di questi. Prendi il seguente puzzle dal capitolo 2. Si tratta di contare da 0 a 6. I numeri rossi sono quelli che normalmente verrebbero tralasciati quando il puzzle viene dato a tuo figlio. Per convertirlo in un puzzle che inizia da 3 e salta i conteggi per 2, moltiplica semplicemente tutti i numeri per 2 e poi aggiungi 3 a loro, come nella tabella sottostante. Dopodiché, sostituisci i numeri originali con quelli nuovi (tralasciando quelli rossi, ovviamente).

	0	1	2	3	4	5	6
Mult. per 2	0	2	4	6	8	10	12
Aggiungi 3	3	5	7	9	11	13	15



## Capitolo 4 — Risolvilo

Inizia con una griglia di numeri 4 per 4 con una somma target. La sfida è trovare le voci da rimuovere in modo che la somma dei numeri rimanenti in ogni riga e colonna sia l'obiettivo. Una versione alternativa utilizza somme di destinazione individuali per ogni riga e colonna.

Crea questi puzzle inserendo coppie o triple di numeri che si sommano alla somma di destinazione. Quindi riempire gli spazi rimanenti con i numeri esca. Puoi renderli più complicati avendo coppie o triple di numeri alternative che funzionano parzialmente. Se a tuo figlio piacciono, ma li trova troppo facili, puoi sempre crearne di più grandi che siano 4 per 5, 5 per 5 o anche più grandi.

Le stelle rosse sono state aggiunte qui per mostrare quali voci verrebbero rimosse per far funzionare i puzzle.

8				9				10				11			
6*	3	5	2*	7	4*	5*	2	3	3	6*	4	8	3	5*	4*
2	1	4*	5	2	1	4*	6	7	1	2	6*	1*	1*	4	7
3*	4	1	3	3*	4	4	1	4*	6	1*	4	3	8	1*	3*
6	4*	2	5*	6*	4	5	3*	6*	4*	8	2	7*	5*	7	4

Ecco due puzzle che utilizzano singole somme target per le righe e le colonne.

6	3	7	8*	16	0	6	5*	2	8
2*	1*	4	5	9	7	8*	5	4*	12
3*	4*	7	3	10	2	7	1*	4*	9
5	6	3*	5*	11	3*	1*	9	8	17
11	9	18	8		9	13	14	12	

## Capitolo 4 — Da un'isola all'altra per unità e decine

Viene data una griglia rettangolare di numeri con alcuni dei numeri compilati. La sfida consiste nel compilare i numeri rimanenti in modo che due numeri qualsiasi che condividono un lato differiscono solo in un singolo posto, e la differenza delle cifre in quel posto è 1 (compreso andare tra 0 e 9). Nessun numero può essere utilizzato più di una volta nell'intera griglia. Fare riferimento a un grafico 100 può essere utile per i risolutori principianti.

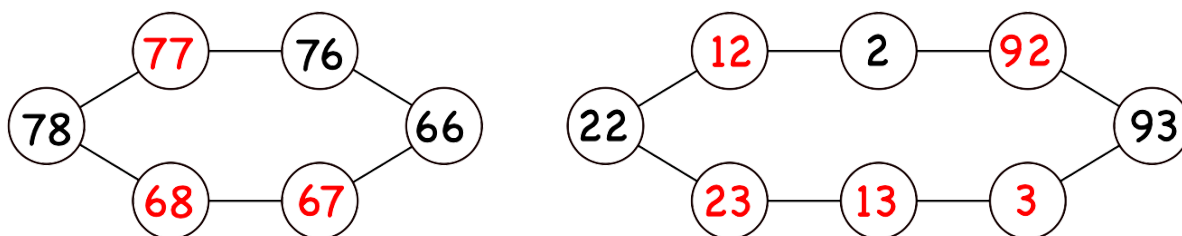
Crea questo puzzle prendendo una griglia vuota e riempiendola di numeri, senza che nessun numero si ripeta. Quindi, rimuovi alcuni dei numeri, assicurandoti che non sia troppo difficile per tuo figlio. In questi esempi, i numeri rossi sono quelli mancanti.

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

Usando solo numeri a una e due cifre, non c'è molta difficoltà che può essere introdotta. Tuttavia, sono un'ottima pratica per pensare al valore posizionale. Una ruga che potrebbe sorprendere tuo figlio sono le transizioni come 95 a 5 a 15 o 11 a 10 a 0 a 9 - potrebbero non rendersi conto che c'è uno 0 nelle decine per i numeri a una cifra e potrebbero essere sorpresi da 0 e 9 in connessione.

Le griglie sono un modo naturale per presentare questi problemi. Tuttavia, i puzzle possono anche essere rappresentati allo stesso modo degli altri puzzle Island Hopping usando i cerchi, e questa rappresentazione consente una maggiore libertà nella creazione di puzzle.





# Capitolo 4 — Puzzle a forma di solitario

## — Triangoli magici —

Crea un triangolo di sei cerchi con tre cerchi su un lato. Nei cerchi, usa ciascuno dei numeri da 1 a 6 una volta in modo che ogni lato del triangolo abbia la stessa somma. Ciò comporta due sfide: scoprire quali somme funzioneranno e quindi capire come ottenere tali somme. È meglio lasciare che tuo figlio giochi con questo per capire quali somme sono possibili, ma se la frustrazione vince, le possibili somme sono 9, 10, 11 e 12.

Se a tuo figlio piace capirlo, questo può essere fatto per anche triangoli più grandi. Per un triangolo con nove cerchi con quattro cerchi su un lato, le possibili somme sono 17, 19, 20, 21 e 23.

Come con molti dei puzzle per questa fascia d'età, il motivo principale per cui tuo figlio gioca con questo è incoraggiare a divertirsi esplorando come i numeri interagiscono tra loro e a fare pratica con i numeri. Non hanno ancora le capacità matematiche o di ragionamento per essere sistematici nella loro esplorazione. Tuttavia, questi enigmi possono essere esplorati più in profondità, ed ecco alcune idee da approfondire se tu o un bambino più grande siete interessati.

Sia SUM la somma di un lato del triangolo. Se sommi i tre lati del triangolo, il totale sarà  $3 \times \text{SOMMA}$ . Tuttavia, il totale dei tre lati sarà anche la somma di tutti i numeri più una copia in più per ogni angolo del triangolo. Sia C-SUM la somma dei valori nei tre angoli. Finiamo con la relazione che  $3 \times \text{SOMMA} = (\text{totale di tutti i numeri}) + \text{C-SOMMA}$ .

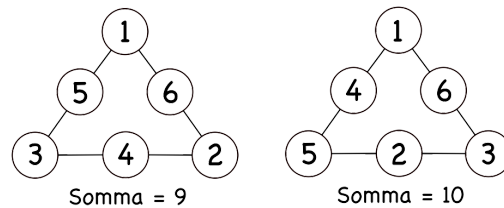
**Puzzle a 6 cerchi.** Applicalo al triangolo con sei cerchi. La somma di tutti i numeri è la somma dei numeri da uno a sei, che è 21. Quindi l'equazione diventa  $3 \times \text{SOMMA} = 21 + \text{C-SUM}$ . La più piccola C-SUM che può essere è  $1 + 2 + 3 = 6$ , e il più grande che può essere è  $4 + 5 + 6 = 15$ . Quindi,  $3 \times \text{SUM}$  è compreso tra  $21 + 6 = 27$  e  $21 + 15 = 36$ . Questo costringe SUM a essere 9, 10, 11, 12. Nota anche che  $\text{C-SUM} = 3 \times \text{SUM} - 21$ , utile per trovare gli angoli.

Un'altra cosa da notare è la simmetria dei possibili valori. Ciò che sta causando questa simmetria è che per ogni soluzione, c'è un'altra soluzione creata sottraendo tutti i numeri da 7 (o da 10 per il puzzle dei nove cerchi). Un po' di calcolo mostrerà che questa simmetria prende un puzzle con sum SUM e ne crea uno nuovo con sum  $(21 - \text{SUM})$  (o  $40 - \text{SUM}$  per il puzzle dei nove cerchi).

L'ultima cosa da notare prima di approfondire con i numeri reali è che per qualsiasi soluzione per i tre angoli, possiamo presumere che siano in ordine crescente girando in senso orario, con il numero più piccolo in alto. Se non sono in quella configurazione per cominciare, puoi ruotare o capovolgere il diagramma finché non lo sono.

Tutte queste osservazioni risparmiano un'enorme quantità di lavoro. Abbiamo solo bisogno di guardare SUM uguale a 9 e 10, e abbiamo solo bisogno di avere gli angoli in ordine crescente. Se SUM è 9, allora  $\text{C-SUM} = 3 \times 9 - 21 = 6$ , quindi il trio è 1, 2 e 3. Se SUM è 10, allora  $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$ . Questo lascia due possibilità - valori d'angolo di 1, 2 e 6, o 1, 3 e 5. Una prova rapida esclude 1, 2 e 6 come possibilità.

Dopo molto lavoro, abbiamo le soluzioni per SUM 9 e 10 per il puzzle dei sei cerchi. Ricorda che puoi ottenere le soluzioni per SUM essendo 11 e 12 sottraendo tutte le voci da 7.



**9 circle puzzle.** Usa lo stesso approccio per il puzzle dei 9 cerchi. La somma dei numeri da 1 a 9 è 45. Quindi,  $3 \times \text{SOMMA} = 45 + \text{C-SOMMA}$ . La più piccola C-SUM che può essere è  $1 + 2 + 3 = 6$ , e la più grande che può essere  $7 + 8 + 9 = 24$ . Quindi  $3 \times \text{SUM}$  è tra  $45 + 6 = 51$  e  $45 + 24 = 69$ , che forza SUM a essere compreso tra 17 e 23. Prendendo una soluzione e sottraendo tutte le voci da 10 si ottengono i seguenti abbinamenti SUM: 17 - 23, 18 - 22, 19 - 21 e 20 - 20. Quindi, le soluzioni sono necessarie solo per 17, 18, 19 e 20. I valori corrispondenti per C-SUM sono 6, 9, 12 e 15.

SUM = 17 e C-SUM = 6. Per questo, gli angoli devono essere 1, 2, 3 e lavori.

SUM = 18 e C-SUM = 9. Per questo, gli angoli devono essere 1, 2, 6 o 1, 3, 5. Nessuno dei due funziona.

SUM = 19 e C-SUM = 12. Ci sono alcune possibilità per gli angoli, ma le uniche combinazioni che funzionano sono 1, 4, 7 e 2, 3, 7.

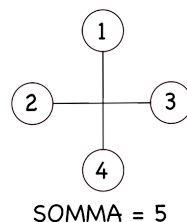
SUM = 20 e C-SUM = 15. sono troppe le combinazioni per gli angoli, e molte funzionano. Due che funzionano sono 1, 5, 9 e 2, 5, 8.

### — Magic Designs —

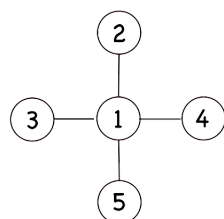
Sanaloghe sui Magic triangoli, questi hanno cerchi collegati in un modello geometrico e un gruppo associato di numeri. Metti i numeri nei cerchi in modo che ogni linea retta di cerchi collegati abbia la stessa somma.

L'analisi di questi enigmi è simile a quanto fatto per Magic Triangles. Sia SUM la somma comune condivisa da tutte le righe. Sia c il valore del cerchio centrale, per i puzzle che ne hanno uno. La strategia generale sarà quella di sommare tutte le righe e indagare sulla relazione che viene rivelata. Nota anche che, proprio come per i Triangoli Magici, è possibile creare una nuova soluzione sottraendo tutte le voci da uno in più rispetto al numero più grande.

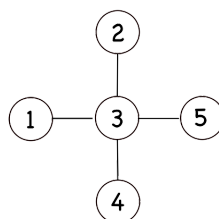
1. I numeri da 1 a 4 sono a forma di segno più senza cerchi in comune. I numeri da 1 a 4 si sommano a 10 e questo è diviso equamente tra le due direzioni. Quindi SUM = 5 e la risposta è facile.



2. I numeri da 1 a 5 sono in un segno più con un cerchio in comune nel mezzo. I numeri da 1 a 5 si sommano fino a 15. Sommando le due direzioni si ottiene  $2 \times \text{SOMMA} = 15 + c$ . Poiché  $15 + c$  deve essere pari,  $c$  può essere 1, 3 e 5. Ottieni la soluzione per  $c = 5$  ( $\text{SOMMA} = 10$ ) dalla soluzione  $c = 1$  sottraendo tutti i numeri da 6.

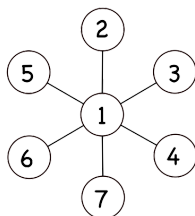


$c = 1 \quad \text{SOMMA} = 8$

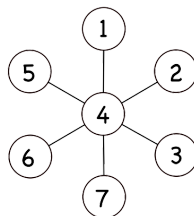


$c = 3 \quad \text{SOMMA} = 9$

3. I numeri da 1 a 7 sono in linee di 3 cerchi con un cerchio comune nel mezzo. Sommando le tre direzioni si ottiene  $3 \times \text{SUM} = 28 + 2 \times c$ . Poiché 3 divide equamente  $28 + 2 \times c$ , questo costringe  $c$  a essere 1, 4 o 7. Le soluzioni per  $c = 1$  e 4 sono date.

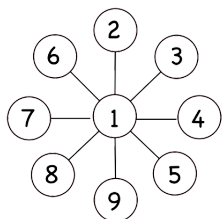


$c = 1 \quad \text{SOMMA} = 10$

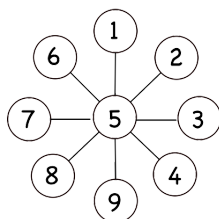


$c = 4 \quad \text{SOMMA} = 12$

4. I numeri da 1 a 9 sono in linee di 3 cerchi con un cerchio comune nel mezzo. Sommando le quattro direzioni si ottiene  $4 \times \text{SUM} = 45 + 3 \times c$ . Poiché 4 divide equamente  $45 + 3 \times c$ , questo forza  $c = 1, 5$  o  $9$ .



$c = 1 \quad \text{SOMMA} = 12$

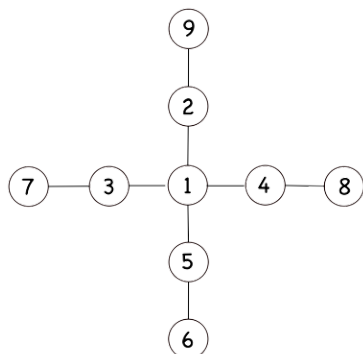


$c = 5 \quad \text{SOMMA} = 15$

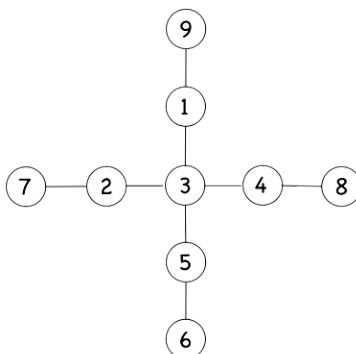
5. I numeri da 1 a 5 sono posti a forma di L con un cerchio in comune nell'angolo. Questo è davvero lo stesso del problema n. 2, quindi le soluzioni sono essenzialmente le stesse.

6. I numeri da 1 a 8 sono in un segno più senza cerchi in comune. Le due direzioni dividono equamente 36, la somma di tutti i numeri, quindi  $\text{SUM} = 18$ . Ci sono molti modi per risolvere questo problema dividendo l'insieme di numeri in due gruppi che sommati danno 18. Una soluzione è 1, 2, 7, 8 e 3, 4, 5, 6, e un altro è 1, 3, 6, 8 e 2, 4, 5, 7.

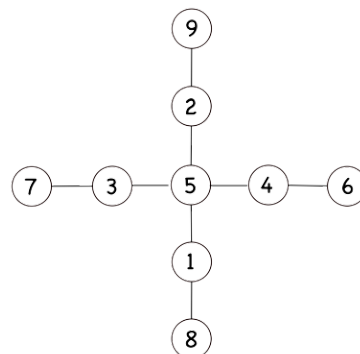
7. I numeri da 1 a 9 sono in un segno più con un cerchio in comune nel mezzo . Sommando le due direzioni si ottiene  $2 \times \text{SUM} = 45 + c$ , quindi  $c = 1, 3, 5, 7$  e  $9$ . Vengono fornite le soluzioni per  $c = 1, 3$  e  $5$ .



$c = 1 \quad \text{SOMMA} = 23$

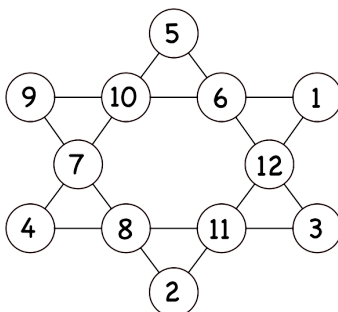


$c = 3 \quad \text{SOMMA} = 24$

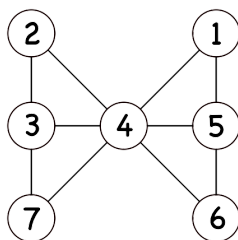


$c = 5 \quad \text{SOMMA} = 25$

8. I numeri da 1 a 12 sono a forma di stella. Questo ha 6 direzioni di linee di 4 cerchi. Questo è molto più difficile degli altri. Se sommi tutte le direzioni, ogni numero sarà coinvolto due volte. I numeri da 1 a 12 si sommano a 78. Quindi abbiamo  $6 \times \text{SUM} = 2 \times 78$ , che significa  $\text{SUM} = 26$  (come indicato nel suggerimento). Di seguito viene fornita una soluzione. Come sempre, un'altra soluzione può essere ottenuta sottraendo tutte le voci da 13.



9. I numeri da 1 a 7 sono a forma di H - 3 in verticale a sinistra, 1 al centro, 3 in verticale a destra. Ci sono 5 possibili linee di 3 cerchi collegati. Se si sommano le 5 direzioni, tutti i cerchi verranno utilizzati due volte, ad eccezione del centro che viene utilizzato tre volte. Sommando le cinque direzioni si ottiene  $5 \times \text{SUM} = 2 \times 28 + c$ . Poiché 5 divide equamente  $56 + c$ , questo forza  $c = 4$ , e in quel caso  $\text{SUM} = 12$  (come indicato nel suggerimento). Nota che né 2 né 3 possono essere dalla stessa parte dell'1 e questo porta alla seguente soluzione.



## Capitolo 4 — Somma quadrato

Inizia con una griglia 3 per 3 che ha le somme target fornite per ogni riga e colonna. Alcuni dei numeri da 1 a 9 sono già inseriti nella griglia. Per i numeri che non sono ancora stati posizionati, la sfida è posizionarli in modo che le somme di riga e colonna siano i valori target.

Per realizzare uno di questi puzzle, inizia posizionando pezzi di carta con i numeri da 1 a 9 su una griglia 3 x 3. Per ogni riga e colonna, scrivi la somma a destra o sotto. Quindi, rimuovere alcuni dei numeri dalla griglia. Infine, consegna i pezzi di carta che hai rimosso a tuo figlio e chiedi "dove erano questi?" Poiché sono così facili da creare, sono ottimi puzzle da creare per tuo figlio da risolvere.

Una variante che mantiene le somme un po' più piccole consiste nell'utilizzare invece i numeri da 0 a 8. Una variante più difficile è fare la stessa cosa con i numeri da 1 a 12 in una griglia 3 per 4, o anche da 1 a 16 in una griglia 4 per 4.

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

Realizzare il puzzle originale compilato è abbastanza facile. Come accennato in precedenza, inserisci tutti i numeri e scrivi le somme. La sfida per il creatore di puzzle è rimuovere la giusta quantità di informazioni in modo che il puzzle sia impegnativo ma non troppo difficile.

**Strategie per risolvere e creare:** Inizia riempiendo i quadrati che sono i singoli numeri mancanti in una riga o colonna. Il più a sinistra di questi tre enigmi è abbastanza facile da risolvere perché, dopo aver compilato il 5 e il 7, il 3 e il 2 sono facili da risolvere, e infine l'8 sarà facile da risolvere: ogni singolo crea nuovi singoli che sono facili da calcolare.

I puzzle facili da calcolare sono una buona pratica per il tuo bambino, quindi non preoccuparti di rendere tutti i puzzle complicati.

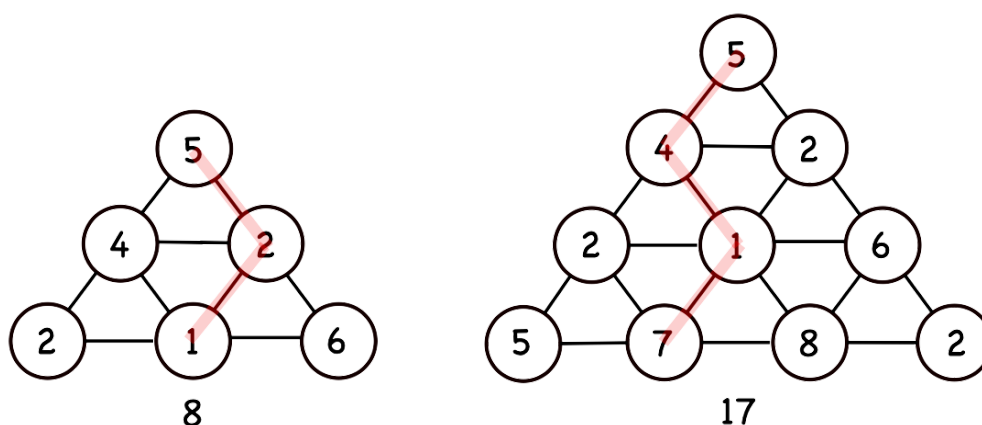
Il puzzle centrale è un po' più difficile. Non ci sono single. Una buona strategia per questi è cercare righe o colonne con somme mancanti particolarmente grandi o piccole: queste avranno relativamente poche scelte tra cui scegliere. La riga in basso e la colonna più a destra sono buoni punti di partenza per questo puzzle. I numeri mancanti nella riga in basso si sommano a 16, quindi devono essere 7 e 9. Il 9 non può andare nella colonna con il 6 (la somma sarebbe troppo grande per quella colonna), quindi il 7 e il 9. Il resto segue come nel puzzle precedente.

Nel puzzle più a destra, due dei numeri laterali vengono omessi. Una volta che tuo figlio si rende conto che la somma dei numeri laterali è 45, che è la somma dei numeri da 1 a 9, è facile riempire un singolo numero laterale mancante.

## Capitolo 4 — Piramide di addizione

Una piramide di 10 numeri disposti in 4 righe è data con un numero di destinazione. La sfida consiste nel trovare un percorso attraverso la piramide utilizzando un numero da ogni riga in modo che la somma dei numeri sia il numero di destinazione. I numeri sul percorso devono toccarsi.

Crea uno di questi puzzle compilando i numeri che vuoi formare il percorso e registra la somma di quei numeri. Quindi inserisci i restanti numeri esca nella piramide. Il numero di possibili percorsi attraverso la piramide raddoppia con l'aggiunta di ogni riga, quindi creare piramidi più grandi è un modo per sfidare un bambino che trova facile il puzzle di 10 numeri. Per un bambino che trova difficile un puzzle a 10 numeri, inizia con puzzle a 6 numeri finché non diventano facili e veloci da risolvere.



Per i puzzle più grandi, può essere una sfida per il creatore di puzzle assicurarsi che ci sia un solo percorso corretto attraverso la piramide. Non preoccuparti troppo di questo. Anche se è bello se c'è un solo percorso, tuo figlio si diventerà a mostrarti che c'è più di un modo per risolverlo.

# Capitolo 4 — Indagini

## — PETALI DI FIORE —

### INDAGINE

In un giardino magico ci sono due tipi di fiori. Uno ha 4 petali e l'altro ha 7 petali. A un bambino è stato chiesto di raccogliere dei fiori in modo che il numero totale di petali fosse 13. Si potrebbe fare? Che ne dici di 15 petali? Per quale numero di petali è possibile? Per i numeri possibili, si può fare in più di un modo? Ad esempio, 32 petali sono quattro 7 e un 4, e sono anche otto 4.

Provando molte coppie di numeri, ci sono molti esempi con cui giocare. Per alcune coppie di numeri arriva un punto in cui tutti i numeri di petali sono possibili, e per altre coppie di numeri non esiste tale punto. Per il 4 e il 7 è possibile ogni numero dal 18 in poi. Per 3 e 6, non c'è punto dopo il quale si verificano tutti i numeri.

Qual è il modello e cosa crea quel modello? Queste sono spesso domande che emergono, ed è lì che accadono molte cose interessanti.

È più facile vedere cosa succede quando un numero divide equamente entrambi i numeri. Prendi 3 e 6 per esempio. Pensa a questi numeri come  $1 \times 3$  e  $2 \times 3$ . Quando sommi questi numeri, otterrai sempre un numero di 3. Non c'è modo di sommare 3 e 6 insieme per ottenere 10, perché 10 non è un multiplo di 3.

Quando 1 è l'unico numero che divide equamente entrambi i numeri, arriverà sempre un punto in cui ogni numero può essere raggiunto. Per 4 e 7, quel numero è 18. Per trovare quel numero, sottrai 1 da ciascuno dei numeri nella coppia e moltiplica i nuovi numeri insieme. In questo caso, si ottiene  $3 \times 6 = 18$ . Un altro aspetto interessante di questa situazione è che sarà raggiungibile esattamente la metà dei numeri inferiori a 18. Perché questo funzioni richiede un po' di matematica un po' troppo sofisticata per un bambino piccolo; tuttavia, è divertente giocare con questi calcoli e le esperienze di tuo figlio con questi schemi potrebbero improvvisamente adattarsi molto più tardi.

## — PASSI DI ARRAMPICATA — IN QUANTE MODALITÀ —

### INDAGINE

Supponi che a tuo figlio piaccia fare due passi alla volta a volte, ma uno alla volta altre volte. Se tuo figlio vuole salire alcuni gradini, una domanda naturale è: in quanti modi è possibile farlo?

Ad esempio, per 0 passi c'è solo un modo: stai lì. Per 1 passo c'è un modo: fai un solo passo. Per due passi, puoi fare un passo doppio o due passi singoli.

Il tuo bambino dovrebbe contare attentamente molti casi di questo e fare una tabella dei risultati. Quando ci sono molte informazioni, una tabella spesso aiuta a organizzare le informazioni e a far risaltare i modelli. La tabella dovrebbe essere così (ok, andare oltre il 6 potrebbe richiedere troppa pazienza, ma ecco i numeri):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Dopo aver guardato questi numeri, tuo figlio potrebbe notare che ogni coppia di numeri consecutivi si somma al numero successivo. Perché questo accade? Questi numeri sono chiamati numeri di Fibonacci. La regola per creare i Numeri di Fibonacci ufficiali è che ogni numero è la somma dei due precedenti. Questo succede anche per i passaggi. Hmmm ...

Diamo un'occhiata da vicino a un esempio - diciamo 5 passaggi. Le 8 possibilità sono: 1+1+1+1+1, 1+1+2+1, 1+2+1+1, 2+1+1+1, 2+2+1, 1+1+1+2, 1+2+2 e 2+1+2. Le prime 5 possibilità usano 1 per l'ultima mossa e le ultime 3 possibilità usano 2 per l'ultima mossa. Questo lo spiega: puoi salire di 5 gradini salendo di 4 gradini e facendone 1 in più, oppure salendo di 3 gradini e salendo di altri 2 gradini. Il numero di vie per salire di 5 gradini è esattamente uguale alla somma del numero di vie per salire di 4 gradini più il numero di vie per salire di 3 gradini.

I modelli vengono spesso compresi esaminando pazientemente esempio, organizzando i dati, osservando da vicino e scavando alla ricerca di spiegazioni sul perché le cose accadono nel modo in cui vanno. Questa è una buona abitudine da sviluppare nel tuo bambino.

## — SCALA DI BILANCIO —

### INDAGINE

Una bilancia è un semplice dispositivo per dire quando due cose hanno esattamente lo stesso peso. La bilancia viene solitamente fornita con un set di pesi che vengono utilizzati per misurare il peso di altri oggetti. Ci sono molte indagini interessanti che puoi fare se limiti i pesi che puoi usare.

**Un tipo di peso:** supponiamo di avere molti pesi, ma sono tutti uguali, ad esempio 5 unità. Quindi le uniche cose che puoi pesare esattamente sono oggetti che sono multipli di 5 (proprio come saltare il conteggio di 5).

**Due tipi di pesi - Un lato:** supponiamo di avere molti pesi di 4 o 7 unità e di utilizzarli solo su un lato della bilancia. Le cose che puoi pesare sono gli stessi numeri che hai trovato nell'indagine sui petali di fiori. Per 4 e 7, a partire da 18 unità puoi pesare tutto esattamente. Se i pesi sono 4 unità e 6 unità, puoi pesare solo numeri pari che iniziano con 4.



**Due tipi di pesi - Entrambi i lati**: dopo aver eseguito l'indagine con due tipi di pesi su un lato, tuo figlio potrebbe essere sorpreso se glielo chiedi pesare un articolo di 3 unità, o anche un articolo di 1 unità, con 4 e 7. Il trucco è mettere dei pesi su un lato e altri sull'altro. Ad esempio, verifica che un articolo pesi 3 unità mettendolo con un peso di 4 unità e verifica che sia bilanciato con un peso di 7 unità. Allo stesso modo, verifica che un articolo pesi 1 unità mettendolo con un peso di 7 unità e verifica che sia bilanciato con due pesi di 4 unità.

C'è un importante teorema matematico chiamato Teorema di Bezout nascosto in questa indagine. Tuo figlio non ha bisogno di conoscere quel teorema a questo punto, ma non è bello che un bambino possa giocare con la matematica avanzata!

**Pesi del raddoppio**: cosa succede se hai un peso ciascuno per ciascuno dei pesi nella progressione del raddoppio 1, 2, 4, 8 e 16? In quanti modi puoi pesare qualcosa che ne pesa 13? Qual è il peso più grande che puoi misurare?

Dopo alcune indagini, scoprirai che puoi pesare tutto fino a uno in meno del doppio del peso massimo, in questo caso è 31. Inoltre, ogni articolo che puoi pesare può essere pesato solo in un modo, ad esempio  $13 = 1 + 4 + 8$ , e non c'è altro modo per farlo. Abbastanza bello! Questa situazione è correlata al sistema numerico binario.

**Pesi di Fibonacci**: cosa succede se i pesi sono nei numeri di Fibonacci? C'è più di un modo per pesare dei pesi? Trova una restrizione che faccia sì che ci sia un solo modo per ogni peso.

Supponiamo di averne uno ciascuno per i pesi 1, 1, 2, 3, 5, 8 e 13. Con questo,  $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$ . Ciò che sta causando la duplicazione è che la regola di Fibonacci crea più di un modo per scrivere i numeri di Fibonacci in termini di se stessi - per esempio,  $2 = 1 + 1$  e  $8 = 5 + 3$ . Il modo per risolvere questo problema è insistere sul fatto che non puoi usare due numeri di Fibonacci che sono vicini l'uno all'altro nella sequenza. Quando aggiungi quella restrizione, l'unico modo per ottenere 10 è  $2 + 8$ .