



Kabanata 4 na Materyal ng Bonus

— Panimula —

Ikaw ba ay isang taong nagnanais na mayroong higit pang mga halimbawa, talakayan, at komentaryo sa sadyang maikling paglalarawan ng mga aralin? Kung gayon, nakarating ka sa tamang lugar! Naglalaman ang file na ito ng materyal na bonus para sa ilan sa mga aktibidad mula sa kabanata 4.

Para sa mga palaisipan, maraming mga halimbawa ng mga nalutas na palaisipan ang ibinibigay, kasama ang karagdagang komentaryo sa kung paano ito likhain. Ang programa ng Maagang Pamilya ng Matematika ay batay sa ideya na ang maagang matematika ay isang bagay na dapat gawin ng isang pamilya na magkasama, at ang paggawa ng mga palaisipan para sa iyo ng iyong anak ay isang mahalagang bahagi ng prosesong iyon. Sa sandaling makita mo ang hang ng bawat palaisipan, dapat mong makita na ang karamihan kung hindi lahat ng mga palaisipan ay medyo madali para sa iyo na lumikha.

Marami sa mga palaisipan na ito ay may iba't ibang antas ng kahirapan, at maraming mga mungkahi at halimbawa sa mga darating na pahina para sa kung paano lumikha ng mga antas na iyon. Laging magsimula sa pinakamadaling mga palaisipan. Mas mainam na maranasan ang iyong anak sa tagumpay, pag-unawa, at kasiyahan sa mga palaisipan na medyo napakadali, kaysa mabigo, panghinaan ng loob, at labis na hamon ng mga palaisipan na napakahirap. Kapag ang iyong anak ay nagtataguyod ng kumpiyansa at sigasig para sa isang aktibidad sa matematika, iyon ang oras upang dahan-dahang isama ang mas malaking hamon. Gayundin, hindi lahat ng mga palaisipan ay magiging masaya para sa lahat, kaya huwag itulak ang mga palaisipan at aktibidad na tila hindi kumonekta. Ito ang makikita mo sa mga sumusunod na pahina:

- **Kabanata 4 — Nakapaloob na**
- **Kabanata 4 — Island Hopping - Kabayaran**
- **Kabanata 4 — DiffTriangles at SumTriangles**
- **Kabanata 4 — Island Hopping - Laktawan ang Pagbibilang**
- **Kabanata 4 — Ayusin Ito**
- **Kabanata 4 — Island Hopping ng mga Usa at Sampu**
- **Kabanata 4 — Mga Solitaryo na Hugis ng Mga Puzzle**
- **Kabanata 4 — Buong Kwento ng**
- **Kabanata 4 — Karagdagang Pyramid**
- **Kabanata 4 — Mga Pagsisiyasat**

— Legal na Bagay-bagay —

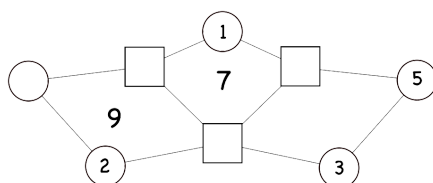
Ang bawat pamilya ay dapat magkaroon ng pagkakataong matuto at masiyahan sa matematika nang magkasama. Sa layuning iyon, ang Early Family Math ay isang koleksyon ng mga materyales na malayang maaaring mag-edit, salin, kopyahin, at ipamahagi ng mga pamilya at tagapagturo, nang hindi humihingi ng pahintulot, para sa mga hindi pang-komersyal na gamit lamang.

© Copyright Early Family Math - Chris Wright 2021 v. 1.0 Creative Commons: Attribution-NonCommercial 4.0 Internasyonal na Lisensya

Kabanata 4 — Nakalakip na Kabuuan

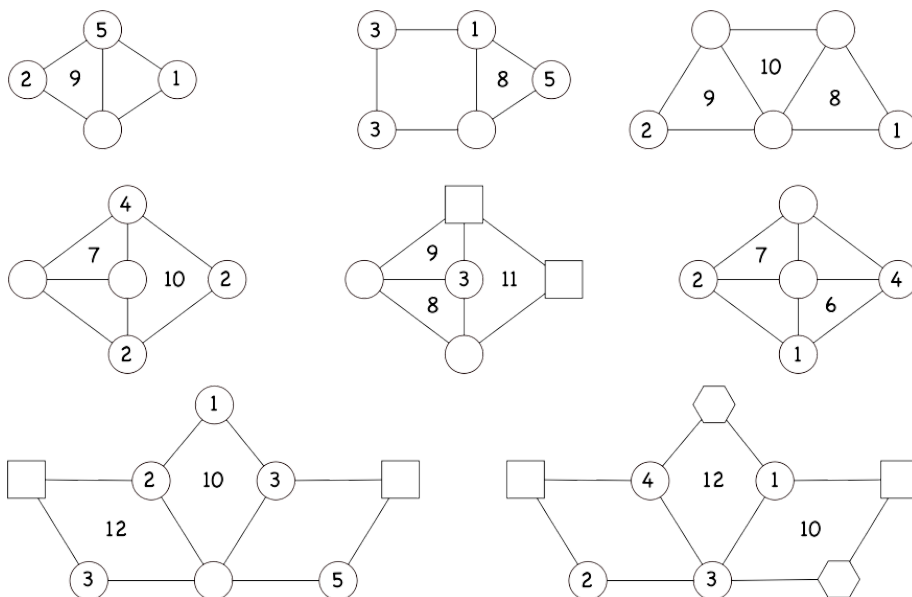
Ang mga palaisipan na ito ay may mga hugis na konektado sa pamamagitan ng mga linya. Ang bawat nakapaloob na rehiyon ay may isang bilang na ang kabuuan ng mga hugis na hangganan nito. Katulad ng mga palaisipan ng Mga Hugis ng Hugis, ang mga bilog ay maaaring may anumang halaga, at ang halaga para sa isang hindi paikot na hugis ay dapat na kapareho ng anumang iba pang mga hugis ng parehong uri. Halimbawa, ang lahat ng mga parisukat ay dapat magkaroon ng parehong halaga at lahat ng mga hexagon ay magkakaroon ng parehong halaga. Maaari mong opsyonal na idagdag ang panuntunan na ang magkakaibang mga hindi paikot na hugis ay dapat magkaroon ng magkakaibang mga halaga - halimbawa, na ang mga parisukat at hexagon ay dapat magkaroon ng magkakaibang halaga.

Ang palaisipan para sa iyong anak ay upang malaman ang mga numero sa mga hugis at rehiyon na hindi ibinigay.



Lumikha ng mga palaisipan na ito sa pamamagitan ng paggawa ng isang diagram ng mga bilog at marahil ng ilang iba pang mga hugis. Susunod, punan ang lahat ng mga numero ng mga numero at punan ang mga may hangganan na rehiyon na may kabuuan ng mga pigura na nakapalibot sa kanila. Panghuli, alisin ang ilan sa mga numero.

Tulad ng mga palaisipan sa Shape Sums sa Kabanata 3, nagsimula sa simpleng mga palaisipan na may isa o dalawang mga numero lamang na nawawala at dahan-dahang umuunlad sa mga palaisipan na may maraming mga nawawalang numero, mas maraming nakapalibot na mga rehiyon sa tabi ng bawat isa, at higit na paggamit ng mga halaga sa mga hindi paikot na rehiyon.



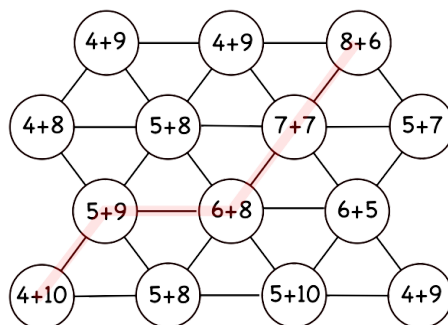
Kabanata 4 — Island Hopping — Bayad

Ang paggamit ng kabayaran para sa karagdagan ay isang paraan upang gawing mas madali ang mga problema sa pagdaragdag. Ang ideya ay kumuha ng isang halaga mula sa isa sa mga bilang na idinagdag at ibigay ito sa iba pang ibang numero - ang resulta ay mananatiling pareho, ngunit ang isa sa mga numero ay naging mas madali upang gumana.

Halimbawa, kapag nagdagdag ka ng $7 + 8$, kung kumuha ka ng 2 mula sa 7 at ibigay ito sa 8, ang problema ay magiging $5 + 10$. Bilang kahalili, kung aalisin mo ang 3 mula sa 8 at ibigay ito sa 7, ang problema nagiging $10 + 5$. Anumang oras na maaari kang gumawa ng isa sa mga numero sa isang maramihang 10, magkakaroon ka ng mas simpleng problema.

Ang mga palaisipan na ito ay nagbibigay ng kasanayan sa paglikha ng mga bagong problema gamit ang bayad. Ang hamon ay upang makahanap ng isang landas na nag-uugnay sa lahat ng mga isla na may parehong sagot. Legal lamang na ikonekta ang dalawang mga isla kung ang mga numero ng kanilang problema ay naiiba sa pamamagitan ng 1. Ilan lamang sa mga isla ang tatahakin.

Gawin ang mga palaisipan na ito sa pamamagitan ng pagsisimula ng halos sampung mga isla na may ilang mga koneksyon. Tukuyin ang isang landas mula sa isang gilid ng mga isla patungo sa iba pa. Kasama sa landas na iyon, ilagay ang mga problema na magkakaiba sa bawat isa - marahil ay magsimula sa isang problema na nagsasangkot ng pagdaragdag ng 10, at pagkatapos ay gumawa ng mga pagkakaiba-iba dito. Sa mga isla na malapit sa landas, maglagay ng mga problema sa maliliit na pagbabago na may iba't ibang mga sagot.

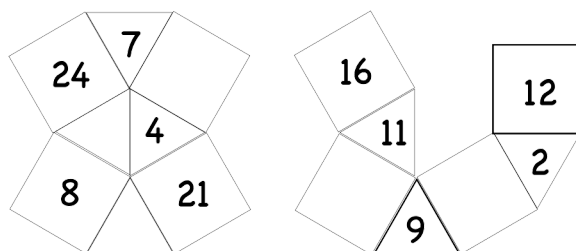


Talagang may maliit na magagawa upang maiiba ang katigasan ng mga palaisipan na ito. Ang pagpapakilala sa mga maling landas ay maaaring humantong sa pagkalito kaysa sa hamon, at sa gayon ito ay karaniwang masamang ideya.

Kabanata 4 - DiffTriangles at SumTriangles

— DiffTriangles —

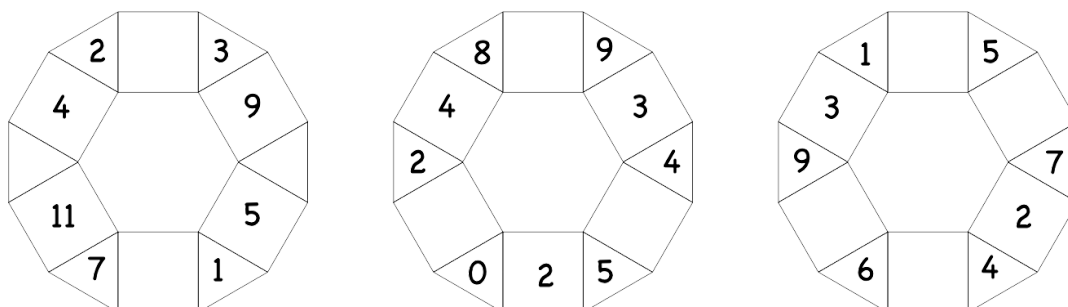
Ang mga palaisipan ng DiffTriangles ay may mga triangles at square na nagbabahagi ng panig. Ang isang tatsulok ay palaging may eksaktong dalawang mga parisukat sa mga gilid nito, at ang natitirang bahagi ay may alinman sa isang tatsulok o walang laman. Ang bilang ng isang tatsulok ay ang pagkakaiba ng dalawang magkadugtong na mga parisukat. Ang hamon ay upang ibigay ang nawawalang mga numero.



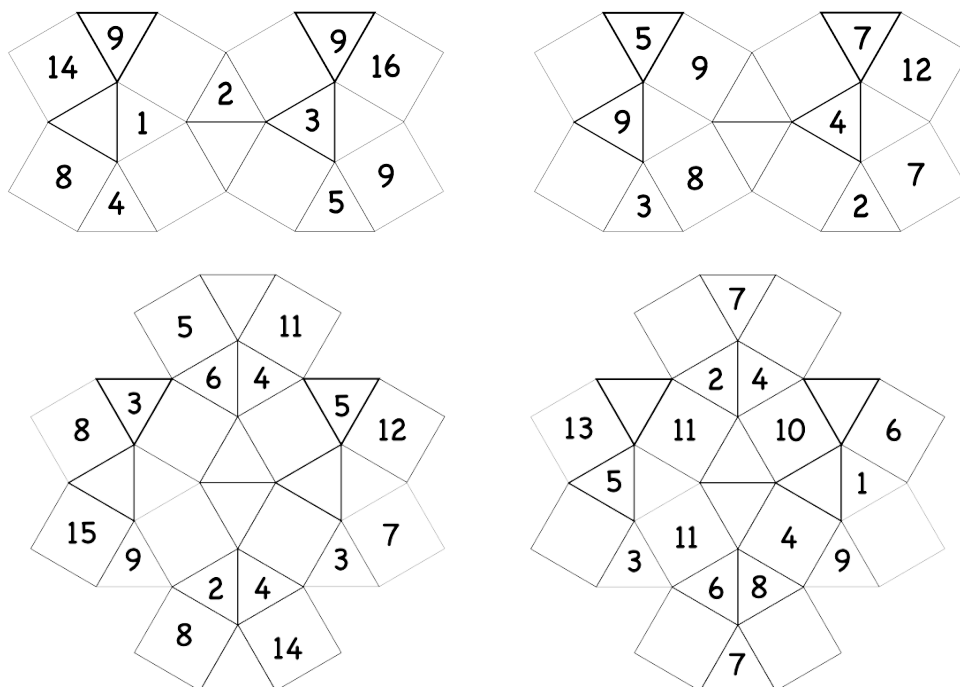
Bumubuo ng Mga Puzzle: madali ang paggawa ng mga palaisipan nang walang mga loop. Gumuhit ng isang alternating pagkakasunud-sunod ng mga parisukat at tatsulok, ilagay sa mga bilang na nagsisimula sa isang dulo, at pagkatapos ay gumana ang iyong paraan sa pinakadulo. Kapag tapos ka na, alisin ang ilan sa mga numero. Ang paggawa ng mga palaisipan gamit ang mga loop o mas kumplikadong mga pakikipag-ugnayan ay mas mahirap; gayunpaman, ang pagsisikap ay nagbabayad sa ilang mga mapaghamong mga palaisipan!

Kapag ang iyong anak ay naging komportable sa mga ito, maaaring gusto nilang kumuha ng turon na lumikha ng ilang mga bagong palaisipan na sarili nila. Dapat silang magsaya at matuto nang maraming sa pamamagitan ng pag-unawa kung paano magkakasama ang mga bilang.

Mga Estratehiya para sa Paglutas: Ang mga lugar na dapat gawin muna ay anumang mga tatsulok sa pagitan ng dalawang pinuno sa mga parisukat. Ang isa pang madaling kaso ay isang parisukat sa tabi ng isang puno ng tatsulok na may isang mas maliit na puno na parisukat sa tabi nito - sa kasong ito, dahil hindi kami nagtatrabaho sa mga negatibong numero, mayroon lamang isang pagpipilian para sa pagpuno sa walang laman na parisukat. Ang pinaka-karaniwang kaso ay isang parisukat na mayroong dalawang posibleng halaga na tumitingin sa isang direksyon, at dalawang iba pang mga posibilidad na tumitingin sa iba pang direksyon - karaniwang may isang numero lamang na nag-o-overlap sa mga posibilidad na iyon.

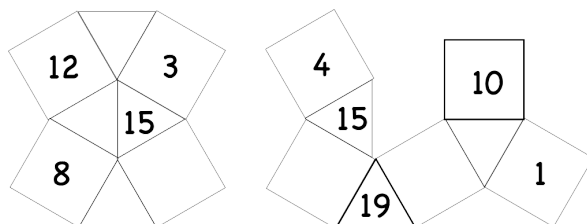


Narito ang ilang mga halimbawa na may maraming mga pagkakaugnay.

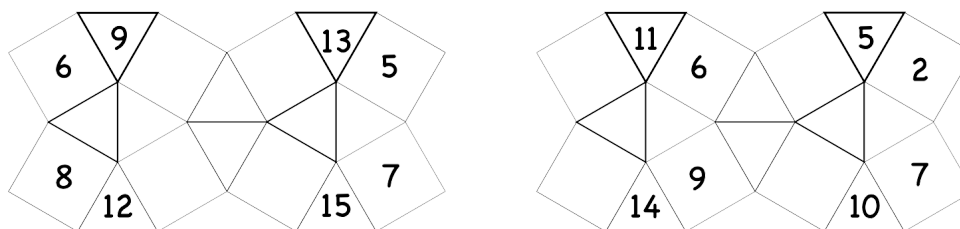


— SumTriangles —

Ang mga palaisipan na SumTriangles ay tulad din ng DiffTriangles na ginagamit lamang nila na karagdagan sa lugar ng pagbabawas. Ang halaga ng isang tatsulok ay ang kabuuan ng dalawa o tatlong parisukat na kapitbahay nito. Gawin ang mga palaisipan na ito gamit ang mga pamamaraan na katulad sa DiffTriangles. Ang mga

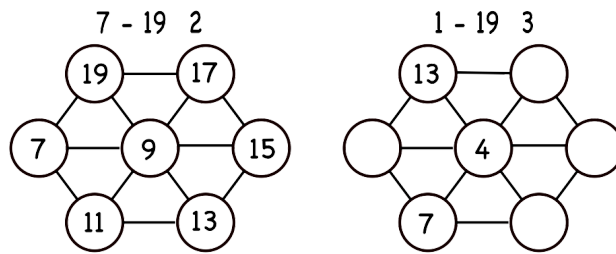


palaisipan na SumTriangles ay karaniwang mas simple upang malutas kaysa sa DiffTriangles.



Kabanata 4 — Island Hopping — Laktawan ang Pagbibilang ng mga

palaisipan na ito ay mayroong mga isla (bilog) na konektado ng mga tulay (linya). Sa bersyon na ito ng Island Hopping, ang mga koneksyon ay ginawa sa pamamagitan ng pagbibilang ng pag-count. Ang ilan sa mga isla ay may nakasulat na mga numero sa kanila at ang ilan ay nagsisimulang blanko. Sa itaas ng palaisipan ay ang panimulang numero, nagtatapos na numero, at ang dami ng laktawan. Ang hamon ay punan ang mga nawawalang numero at hanapin ang landas. Maaari mo ring ilagay ang mga numero at blanko sa mga piraso ng papel sa sahig upang makagawa ng isang stepping palaisipan.

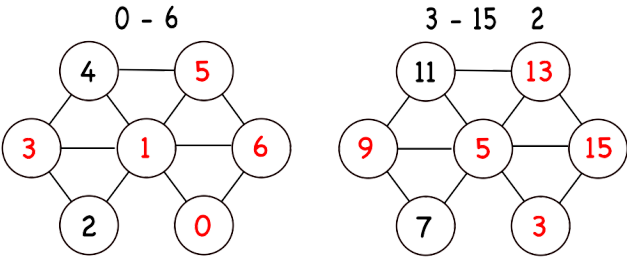


Tulad ng aktibidad sa Skip Counting, lumikha ng mga palaisipan upang magsanay sa pasulong o paatras na nagsisimula sa iba't ibang mga numero, hindi lamang mga numero na isang maramihang halaga ng laktawan.

Ang paglikha ng mga palaisipan na ito ay kapareho ng paglikha ng Island Hopping - Pagbibilang ng mga palaisipan mula nang maaga sa Kabanata 2. Gawin muna ang mga isla, punan ang mga bilang ng laktawan sa pagbibilang, ikonekta ang mga islang iyon sa tamang pagkakasunod-sunod, at pagkatapos ay magdagdag ng ilang mga karagdagang koneksyon upang makatulong na makagawa ng isang tuliruhin ito. Sa bersyon na binibigay mo sa iyong anak, alisin ang ilang mga bilang na nag-iiwan ng sapat ng mga numero upang maaari pa rin itong malaman.

Maaari mong muling bisitahin ang mga diskarte sa pagtatayo ng palaisipan na inilarawan sa Materyal ng Bonus para sa Kabanata 2 para sa Island Hopping - Nagbibilang. Gayundin, kung mayroon ka pa ring alinman sa mga palaisipan, napakadaling i-convert ang isa sa mga palaisipan sa isa sa mga ito. Kunin ang sumusunod na palaisipan mula sa Kabanata 2. Nagsasangkot ito ng pagbibilang mula 0 hanggang 6. Ang mga pulang numero ay ang karaniwang maiiwasan kapag naibigay ang palaisipan sa iyong anak. Upang mai-convert ito sa isang palaisipan na nagsisimula sa 3 at laktawan ang mga bilang ng 2, i-multiply lamang ang lahat ng mga numero ng 2 at pagkatapos ay idagdag ang 3 sa kanila, tulad ng sa talahanayan sa ibaba. Pagkatapos nito, palitan ang mga orihinal na numero ng mga bago (iwan ang mga pula, siyempre).

	0	1	2	3	4	5	6
Mult. ni 2	0	2	4	6	8	10	12
Magdagdag ng 3	3	5	7	9	11	13	15



Kabanata 4 — Ayusin Ito

Magsimula sa isang 4 na 4 na uri ng mga numero na may isang target na kabuuan. Ang hamon ay upang makahanap ng mga entry na aalisin upang ang kabuuan ng natitirang mga numero sa bawat hilera at haligi ay ang target. Gumagamit ang isang kahaliling bersyon ng indibidwal na mga target na kabuuan para sa bawat hilera at haligi.

Gawin ang mga palaisipan na ito sa pamamagitan ng paglalagay sa mga pares o triple ng mga bilang na sum sa target na kabuuan. Pagkatapos ay punan ang natitirang mga puwang na may mga numero ng decoy. Maaari mong gawin ang mga ito trickier sa pamamagitan ng pagkakaroon ng alternatibong mga pares o triple ng mga numero na bahagyang gumanda. Kung nasisiyahan ang iyong anak sa mga ito, ngunit napakadali ng paghanap ng mga ito, maaari mong palaging gumawa ng mas malaki na 4 ang 5, 5 ng 5, o kahit na mas malaki.

Ang mga pulang bituin ay naidagdag dito upang maipakita kung aling mga entry ang aalisin upang gumana ang mga palaisipan.

8	9	10	11																																																																
<table> <tr><td>6</td><td>3</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>4</td><td>2</td><td>5</td></tr> </table>	6	3	5	2	2	1	4	5	3	4	1	3	6	4	2	5	<table> <tr><td>7</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>1</td></tr> <tr><td>6</td><td>4</td><td>5</td><td>3</td></tr> </table>	7	4	5	2	2	1	4	6	3	4	4	1	6	4	5	3	<table> <tr><td>3</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td></tr> <tr><td>4</td><td>6</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>4</td><td>8</td><td>2</td></tr> </table>	3	3	6	4	7	1	2	6	4	6	1	4	6	4	8	2	<table> <tr><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td>3</td><td>8</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>7</td><td>5</td><td>7</td><td>4</td></tr> </table>	8	3	5	4	1	1	4	7	3	8	1	3	7	5	7	4
6	3	5	2																																																																
2	1	4	5																																																																
3	4	1	3																																																																
6	4	2	5																																																																
7	4	5	2																																																																
2	1	4	6																																																																
3	4	4	1																																																																
6	4	5	3																																																																
3	3	6	4																																																																
7	1	2	6																																																																
4	6	1	4																																																																
6	4	8	2																																																																
8	3	5	4																																																																
1	1	4	7																																																																
3	8	1	3																																																																
7	5	7	4																																																																

Narito ang dalawang mga palaisipan na gumagamit ng mga indibidwal na target na kabuuan para sa mga hilera at haligi.

6	3	7	8	16
2	1	4	5	9
3	4	7	3	10
5	6	3	5	11
11	9	18	8	

0	6	5	2	8
7	8	5	4	12
2	7	1	4	9
3	1	9	8	17
9	13	14	12	

Kabanata 4 — Island Hopping By Ones and Tens

Ang isang hugis-parihaba na grid ng mga numero ay ibinibigay kasama ng ilang mga bilang na napunan. Ang hamon ay punan ang natitirang mga numero upang ang anumang dalawang numero na nagbabahagi ng isang panig ay naiiba lamang sa isang solong lugar, at ang pagkakaiba ng mga digit sa lugar na iyon ay 1 (kasama ang pagpunta sa pagitan ng 0 at 9). Walang numero ang maaaring magamit nang higit sa isang beses sa buong grid. Ang pagsangguni sa isang 100-Tsart ay maaaring maging kapaki-pakinabang para sa pagsisimula ng mga solver.

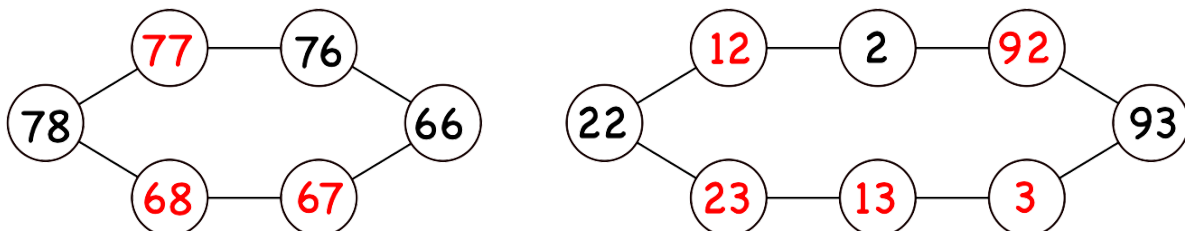
Gawin ang palaisipan na ito sa pamamagitan ng pagkuha ng isang walang laman na grid at punan ito ng mga numero, na walang naulit na numero. Susunod, alisin ang ilan sa mga numero, tiyakin na hindi ito masyadong mahirap para sa iyong anak. Sa mga halimbawang ito, ang mga pulang numero ay ang mga nawawala.

57	67	66	56
5	4	94	95

33	23	13
32	22	12

Gumagamit lamang ng isang-digit at dalawang-digit na mga numero, walang maraming kakulangan na maipakilala. Gayunpaman, ang mga ito ay mahusay na kasanayan para sa pag-iisip tungkol sa halaga ng lugar. Ang isang kunot na maaaring sorpresahin ang iyong anak ay mga paglilipat tulad ng 95 hanggang 5 hanggang 15 o 11 hanggang 10 hanggang 0 hanggang 9 - maaaring hindi nila napagtanto na mayroong isang 0 sa sampu-sampung lugar para sa mga solong-digit na numero at maaari silang mabigla ng 0 at 9 na konektado

Ang mga grid ay isang natural na paraan upang maipakita ang mga problemang ito. Gayunpaman, ang mga palaisipan ay maaari ding kinatawan sa parehong paraan tulad ng iba pang mga Island Hopping palaisipan na gumagamit ng mga bilog, at ang representasyong ito ay nagbibigay-daan para sa ilang karagdagang kalayaan sa paglikha ng mga palaisipan.



Kabanata 4 — Mga Solitaryong Hugis na Puzzle

— Mga Magic Triangles —

Gumawa ng isang tatsulok na anim na bilog na may tatlong bilog sa isang gilid. Sa mga bilog, gamitin ang bawat isa sa mga numero mula 1 hanggang 6 ng isang beses upang ang bawat panig ng tatsulok ay may parehong kabuuan. Nagsasangkot ito ng dalawang hamon - ang alamin kung aling mga halaga ang gagana at pagkatapos ay alamin kung paano makukuha ang mga halagang iyon. Mas mahusay na hayaan ang iyong anak na maglaro dito upang malaman kung aling mga kabuuan ang posible, ngunit kung manalo ang pagkabigo, ang mga posibleng kabuuan ay 9, 10, 11, at 12.

Kung nasisiyahan ang iyong anak na malaman ito, magagawa ito para sa mas malaking triangles din. Para sa isang tatsulok na may siyam na bilog na may apat na bilog sa isang gilid, ang mga posibleng kabuuan ay 17, 19, 20, 21, at 23.

Tulad ng napakaraming mga palaisipan para sa pangkat ng edad na ito, ang pangunahing dahilan upang maglaro ang iyong anak dito ay upang hikayatin ang pagkakaroon ng kasiyahan sa pagtuklas kung paano nakikipag-ugnayan ang mga numero sa bawat isa at upang magsanay ng mga katotohanan sa bilang. Wala pa silang mga kasanayan sa matematika o pangangatwiran upang maging sistematiko sa kanilang paggalugad. Gayunpaman, ang mga palaisipan na ito ay maaaring magsaliksik nang mas malalim, at narito ang ilang mga ideya na maghukay kung ikaw o isang mas matandang babae ay interesado.

Hayaan ang KABUUAN na kumakatawan sa kabuuan ng isang gilid ng tatsulok. Kung idagdag mo ang tatlong panig ng tatsulok, ang kabuuan ay magiging $3 \times \text{KABUUAN}$. Gayunpaman, ang kabuuan ng tatlong panig ay magiging kabuuan din ng lahat ng mga numero kasama ang isang dagdag na kopya para sa bawat sulok ng tatsulok. Hayaan ang C-KABUUAN na maging kabuuan ng mga halaga sa tatlong sulok. Natapos kami sa ugnayan na $3 \times \text{KABUUAN} = (\text{Kabuan ng lahat ng mga numero}) + \text{C-KABUUAN}$.

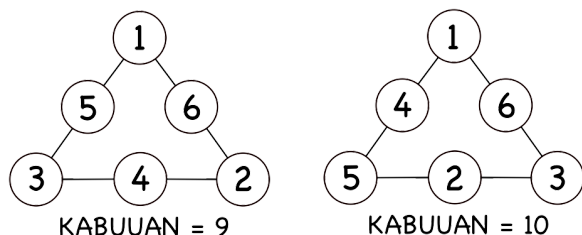
6 bilog na palaisipan. Ilapat ito sa tatsulok na may anim na bilog. Ang kabuuan ng lahat ng mga numero ay ang kabuuan ng mga numero mula isa hanggang anim, na 21. Kung gayon ang equation ay nagiging $3 \times \text{KABUUAN} = 21 + \text{C-KABUUAN}$. Ang pinakamaliit na C-KABUUAN ay maaaring $1 + 2 + 3 = 6$, at ang pinakamalaking maaaring maging ito ay $4 + 5 + 6 = 15$. Kaya, ang $3 \times \text{KABUUAN}$ ay nasa pagitan ng $21 + 6 = 27$ at $21 + 15 = 36$. Pinipilit nito ang KABUUAN na 9, 10, 11, 12. Tandaan din na $\text{C-KABUUAN} = 3 \times \text{KABUUAN} - 21$, na madaling gamitin para sa paghahanap ng mga sulok.

Ang isa pang bagay na mapapansin ay ang mahusay na proporsyon ng mga posibleng halaga. Ano ang sanhi ng mahusay na proporsyon na ito ay para sa bawat solusyon, mayroong isa pang solusyon na nilikha sa pamamagitan ng pagbabawas ng lahat ng mga numero mula sa 7 (o mula sa 10 para sa siyam na palaisipan ng bilog). Ipapakita ng kaunting pagkalkula na ang simetriya na ito ay tumatagal ng isang palaisipan na may kabuuan na KABUUAN at lumilikha ng isang bago na may kabuuan $(21 - \text{KABUUAN})$ (o $40 - \text{KABUUAN}$ para sa siyam na palaisipan ng bilog).

Ang huling bagay na napapansin bago kami maghukay ng aktwal na mga numero ay para sa anumang solusyon para sa tatlong sulok, maaari nating ipalagay na ang mga ito ay nasa pagtaas ng pagkakasunud-sunod ng pag-ikot sa oras, na may pinakamaliit na numero sa itaas. Kung wala sila sa pagsasaayos na iyon upang magsimula sa, maaari mong paikutin o i-flip ang diagram hanggang sa sila ay.

Ang lahat ng mga obserbasyong ito ay nakakatipid ng napakalaking dami ng trabaho. Kailangan lamang naming tingnan ang KABUUAN na katumbas ng 9 at 10, at kailangan lamang naming magkaroon ng mga sulok sa pagtaas ng pagkakasunud-sunod. Kung ang KABUUAN ay 9, pagkatapos ang $C\text{-KABUUAN} = 3 \times 9 - 21 = 6$, kaya ang trio ay 1, 2, at 3. Kung ang KABUUAN ay 10, kung gayon ang $a + b + c = 3 \times 10 - 21 = 9$. Ito nag-iwan ng dalawang posibilidad - alinman sa mga halagang kanto ng 1, 2, at 6, o 1, 3, at 5. Ang isang mabilis na pagsubok ay nagtatakda sa 1, 2, at 6 bilang isang posibilidad.

Pagkatapos ng maraming trabaho, mayroon kaming mga solusyon para sa KABUUAN na 9 at 10 para sa anim na palaisipan na bilog. Tandaan na maaari mong makuha ang mga solusyon para sa KABUUAN ng 11 at 12 sa pamamagitan ng pagbawas sa lahat ng mga entry mula sa 7.



9 na palaisipan na bilog. Gumamit ng parehong diskarte para sa 9 bilog na palaisipan. Ang kabuuan ng mga bilang mula 1 hanggang 9 ay 45. Samakatuwid, $3 \times \text{KABUUAN} = 45 + C\text{-KABUUAN}$. Ang pinakamaliit na $C\text{-KABUUAN}$ ay maaaring maging $1 + 2 + 3 = 6$, at ang pinakamalaking maaari ay $7 + 8 + 9 = 24$. Kaya't ang $3 \times \text{KABUUAN}$ ay nasa pagitan ng $45 + 6 = 51$ at $45 + 24 = 69$, na kung saan pinipilit ang KABUUAN na nasa pagitan ng 17 at 23. Ang pagkuha ng isang solusyon at ibawas ang lahat ng mga entry mula sa 10 ay nagbibigay ng mga sumusunod na pares ng KABUUAN: 17 - 23, 18 - 22, 19 - 21, at 20 - 20. Kaya, ang mga solusyon ay kinakailangan lamang para sa 17, 18, 19, at 20. Ang mga katumbas na halaga para sa $C\text{-KABUUAN}$ ay 6, 9, 12, at 15.

KABUUAN = 17 at $C\text{-KABUUAN} = 6$. Para dito, ang mga sulok ay dapat na 1, 2, 3, at ito gumagana.

KABUUAN = 18 at $C\text{-KABUUAN} = 9$. Para sa mga ito, ang mga sulok ay dapat na alinman sa 1, 2, 6 o 1, 3, 5. Ni gumagana.

KABUUAN = 19 at $C\text{-KABUUAN} = 12$. Mayroong ilang mga posibilidad para sa mga sulok, ngunit ang mga kumbinasyon lamang na gumagana ay 1, 4, 7 at 2, 3, 7.

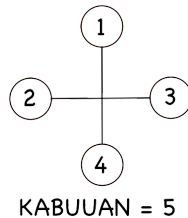
KABUUAN = 20 at $C\text{-KABUUAN} = 15$. Doon ay masyadong maraming mga kumbinasyon para sa mga sulok, at marami sa kanila ang gumagana. Dalawa na gumaganap ay ang 1, 5, 9 at 2, 5, 8.

— Mga Disenyo ng Magic —

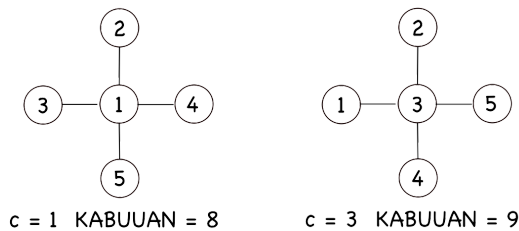
Hindi Katulad sa Magic Triangles, ang mga ito ay may mga bilog na konektado sa isang geometric pattern at isang nauugnay na pangkat ng mga numero. Ilagay ang mga numero sa mga bilog upang ang bawat tuwid na linya ng mga konektadong bilog ay may parehong kabuuan.

Ang pagtatasa ng mga palaisipan na ito ay katulad sa ginawa para sa Magic Triangles. Hayaan ang KABUUAN na maging karaniwang kabuuan na ibinabahagi ng lahat ng mga hilera. Hayaan ang c maging ang halaga ng gitnang bilog, para sa mga palaisipan na mayroon nito. Ang pangkalahatang diskarte ay upang idagdag ang lahat ng mga hilera at siyasatin ang ugnayan na isiniwalat. Tandaan din na, tulad ng para sa Magic Triangles, ang isang bagong solusyon ay maaaring malikha sa pamamagitan ng pagbawas sa lahat ng mga entry mula sa isa higit sa pinakamalaking bilang.

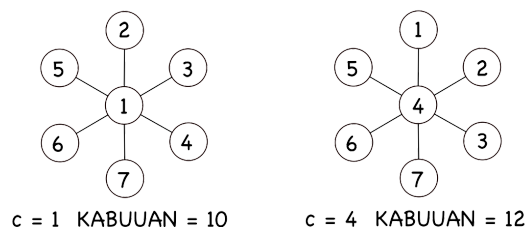
1. Ang mga numero mula 1 hanggang 4 ay nasa isang plus na hugis ng pag-sign na walang mga bilog na pareho. Ang mga bilang na 1 hanggang 4 ay nagdaragdag ng hanggang sa 10, at ito ay nahahati nang pantay sa pagitan ng dalawang direksyon. Kaya $KABUUAN = 5$ at ang sagot ay madali.



2. Ang mga numero mula 1 hanggang 5 ay nasa isang plus sign na may isang bilog na pareho sa gitna. Ang mga bilang 1 hanggang 5 ay nagdaragdag ng hanggang sa 15. Ang pagdaragdag ng dalawang direksyon ay nagbibigay ng $2 \times KABUUAN = 15 + c$. Dahil ang $15 + c$ ay dapat pantay, ang c ay maaaring maging 1, 3, at 5. Kunin ang solusyon para sa $c = 5$ ($KABUUAN = 10$) mula sa $c = 1$ na solusyon sa pamamagitan ng pagbawas sa lahat ng mga numero mula sa 6.



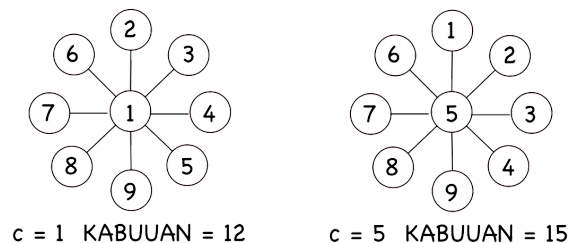
3. Ang mga numero mula sa 1 hanggang 7 ay nasa mga linya ng 3 bilog na may isang karaniwang bilog sa gitna. Ang pagdaragdag ng tatlong mga direksyon ay nagbibigay ng $3 \times KABUUAN = 28 + 2 \times c$. Dahil pantay na hinahati ng 3 ang $28 + 2 \times c$, pinipilit nito ang c na maging 1, 4, o 7. Ang mga solusyon para sa $c = 1$ at 4 ay ibinibigay.



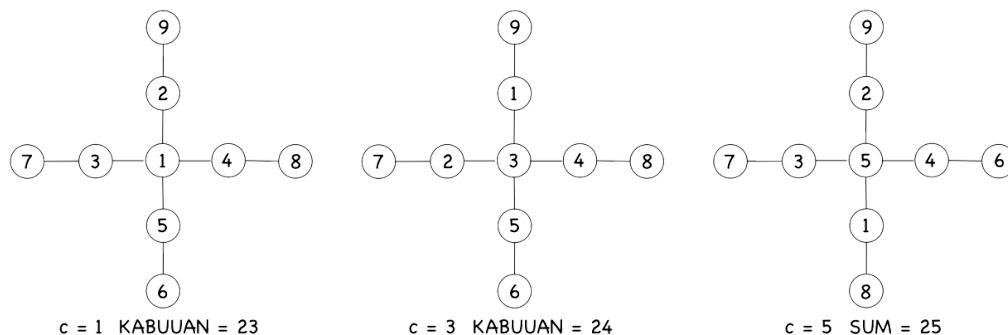
4. Ang mga numero mula 1 hanggang 9 ay nasa mga linya ng 3 bilog na may isang karaniwang bilog sa gitna. Ang pagdaragdag ng apat na direksyon ay nagbibigay ng $4 \times \text{KABUUAN} = 45 + 3 \times c$. Sapagkat pantay na hinahati ng 4 ang $45 + 3 \times c$, pinipilit nito ang $c = 1, 5, \text{ o } 9$.

5. Ang mga numero mula 1 hanggang 5 ay inilalagay sa isang L na hugis na may isang bilog na karaniwan sa sulok. Ito ay talagang kapareho ng problema # 2, kaya't ang mga solusyon ay mahalagang pareho.

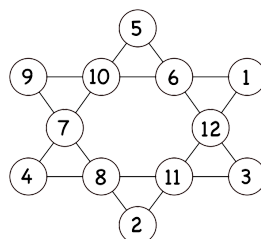
6. Ang mga numero mula 1 hanggang 8 ay nasa isang plus sign na walang mga bilog na pareho. Ang dalawang direksyon ay pantay na nahati sa 36, ang kabuuan ng lahat ng mga numero, kaya $\text{KABUUAN} = 18$. Maraming mga paraan upang malutas ito sa pamamagitan ng paghahati sa hanay ng mga numero sa dalawang pangkat na nagdaragdag ng hanggang sa 18. Ang isang solusyon ay ang 1, 2, 7, 8 at 3, 4, 5, 6, at isa pa ay 1, 3, 6, 8 at 2, 4, 5, 7.



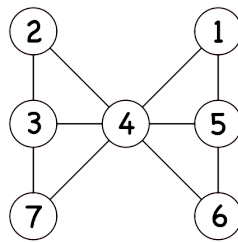
7. Ang mga numero mula 1 hanggang 9 ay nasa isang plus sign na may isang bilog na pareho sa gitna. Ang pagdaragdag ng dalawang direksyon ay nagbibigay ng $2 \times \text{KABUUAN} = 45 + c$, kaya $c = 1, 3, 5, 7, \text{ at } 9$. Ibinibigay ang mga solusyon para sa $c = 1, 3, \text{ at } 5$.



8. Ang mga numero mula 1 hanggang 12 ay nasa hugis ng bituin. Mayroon itong 6 na direksyon ng mga linya ng 4 na bilog. Ang isang ito ay mas mahirap kaysa sa iba. Kung idagdag mo ang lahat ng mga direksyon, bawat numero ay kasangkot nang dalawang beses. Ang mga numero mula 1 hanggang 12 ay nagdaragdag ng hanggang sa 78. Sa ngayon mayroon kaming $6 \times \text{KABUUAN} = 2 \times 78$, na nangangahulugang $\text{KABUUAN} = 26$ (tulad ng ibinigay sa pahiwatig). Ang isang solusyon ay ibinibigay sa ibaba. Tulad ng dati, ang isa pang solusyon ay maaaring makuha sa pamamagitan ng pagbawas sa lahat ng mga entry mula 13.



9. Ang mga numero mula 1 hanggang 7 ay nasa isang H na hugis - 3 patayo sa kaliwa, 1 sa gitna, 3 patayo sa kanan. Mayroong 5 mga posibleng linya ng 3 mga nakakonektang bilog. Kung ang 5 mga direksyon ay idinagdag, ang lahat ng mga bilog ay gagamitin ng dalawang beses, maliban sa gitna na ginagamit ng tatlong beses. Ang pagdaragdag ng limang direksyon ay nagbibigay ng $5 \times \text{KABUUAN} = 2 \times 28 + c$. Sapagkat pantay na hinahati ng 5 ang $56 + c$, pinipilit nito ang $c = 4$, at sa kasong iyon $\text{KABUUAN} = 12$ (tulad ng ibinigay sa pahiwatig). Tandaan na ang 2 o 3 ay hindi maaaring sa parehong panig ng 1, at hahantong ito sa sumusunod na solusyon.



Kabanata 4 — Buong Square

Magsimula sa isang 3 sa 3 grid na may mga target na kabuuan na ibinigay para sa bawat hilera at haligi. Ang ilan sa mga numero mula 1 hanggang 9 ay nakalagay na sa grid. Para sa mga numero na hindi pa nakalagay, ang hamon ay ilagay ang mga ito upang gawin ang mga haligi ng hilera at haligi na maging mga target na halaga.

Upang makagawa ng isa sa mga palaisipan na ito, magsimula sa pamamagitan ng paglalagay ng mga piraso ng papel na may mga numero mula 1 hanggang 9 sa isang 3 x 3 grid. Para sa bawat hilera at haligi, isulat ang kabuuan sa kanan o sa ibaba. Pagkatapos, alisin ang ilan sa mga numero mula sa grid. Panghuli, ibigay ang mga pirasong papel na iyong tinanggal sa iyong anak at tanungin kung "saan ito?" Dahil ang mga ito ay napakadaling likhain, ang mga ito ay mahusay na mga palaisipan para sa iyong anak na likhain para malutas mo.

Ang isang pagkakaiba-iba na nagpapanatili ng mga kabuuan ng kaunti ay maliit na gamitin ang mga numero mula 0 hanggang 8 sa halip. Ang isang mas mahirap na pagkakaiba-iba ay gawin ang parehong bagay sa mga numero 1 hanggang 12 sa isang 3 by 4 grid, o kahit na 1 hanggang 16 sa isang 4 by 4 grid.

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

6	3	5	14
2	8	4	14
7	1	9	17
15	12	18	

Ang paggawa ng orihinal na napuno ng palaisipan ay sapat na madali. Tulad ng nabanggit sa itaas, ilagay lamang ang lahat ng mga numero at isulat ang mga kabuuan. Ang hamon para sa gumagawa ng palaisipan ay alisin ang tamang dami ng impormasyon upang ang palaisipan ay mapaghamong ngunit hindi masyadong mahirap.

Mga Istratehiya para sa Paglutas at Paglikha: Magsimula sa pamamagitan ng pagpuno ng mga parisukat na ang nag-iisang nawawalang mga numero sa isang hilera o haligi. Ang kaliwa sa tatlong mga palaisipan na ito ay medyo madaling lutasin dahil, pagkatapos ng 5 at 7 ay napunan, pagkatapos ang 3 at 2 ay madaling lutasin, at sa huli ang 8 ay madaling malutas ang bawat singleton na lumilikha ng mga bagong singleton na madaling makalkula.

Madaling makalkula ang mga palaisipan ay mahusay na kasanayan para sa iyong anak, kaya huwag mag-alala tungkol sa gawing nakakalito ang lahat ng mga palaisipan.

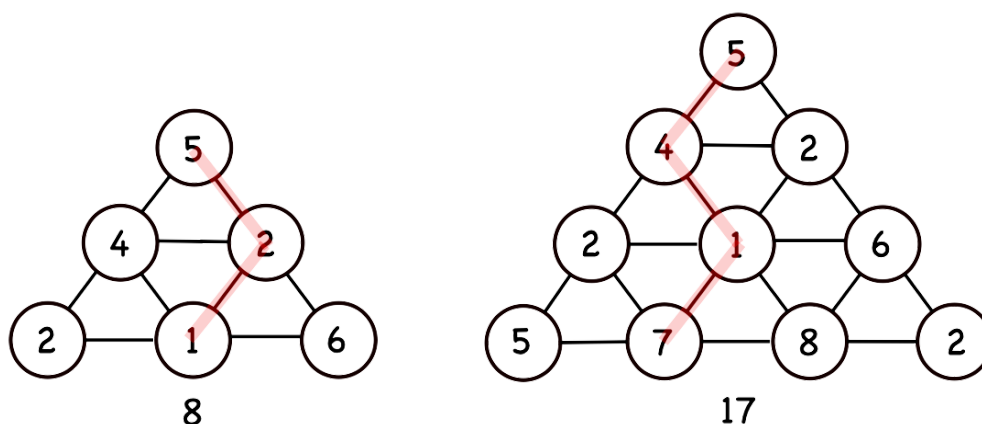
Ang gitnang palaisipan ay medyo mahirap. Walang mga singleton. Ang isang mahusay na diskarte para sa mga ito ay upang maghanap ng mga hilera o haligi na may partikular na malaki o maliit na nawawalang halaga - magkakaroon ito ng kaunting mga pagpipilian. Ang hilera sa ibaba at ang kanang bahagi ng kolum ay mga magagandang lugar upang magsimula para sa palaisipan na ito. Ang mga nawawalang numero sa ibabang hilera ay nagdaragdag ng hanggang sa 16, kaya dapat siyang 7 at 9. Ang 9 ay hindi maaaring pumunta sa haligi na may 6 (ang kabuuan ay masyadong malaki para sa haligi na iyon), upang ilagay ang 7 at 9. Ang natitira ay sumusunod tulad ng sa dating palaisipan.

Sa kanang sulok, ang dalawa sa mga numero sa gilid ay naiwan. Kapag napagtanto ng iyong anak na ang mga numero sa gilid ay nagdaragdag ng hanggang sa 45, na kung saan ay ang kabuuan ng mga numero mula 1 hanggang 9, madaling punan ang isang solong nawawalang numero ng gilid.

Kabanata 4 — Karagdagang Pyramid

Ang isang piramide ng 10 mga numero na inilagay sa 4 na mga hilera ay ibinigay na may isang target na numero. Ang hamon ay upang makahanap ng isang landas sa pamamagitan ng pyramid gamit ang isang numero mula sa bawat hilera upang ang kabuuan ng mga numero ay ang target na numero. Ang mga numero sa daanan ay dapat na magkadikit.

Gumawa ng isa sa mga palaisipan na ito sa pamamagitan ng pagpuno ng mga numero na nais mong mabuo ang landas, at itala ang kabuuan ng mga numerong iyon. Pagkatapos ay punan ang natitirang mga numero ng decoy sa pyramid. Ang bilang ng mga posibleng landas sa pamamagitan ng pyramid ay nagdodoble na may pagdaragdag ng bawat hilera, kaya ang paggawa ng mas malaking mga piramide ay isang paraan upang hamunin ang isang bata na madaling masumpungan ang 10-number palaisipan. Para sa isang bata na nahahanap nang mahirap ang isang 10-numero na palaisipan, magsimula sa mga 6 na bilang na palaisipan hanggang sa madali at mabilis silang malutas.



Para sa mas malaking mga palaisipan, maaari itong maging isang hamon para sa gumagawa ng palaisipan upang matiyak na mayroon lamang isang tamang landas sa pamamagitan ng pyramid. Huwag masyadong alalahanin ang iyong sarili doon. Kahit na maganda kung may isang landas lamang, masisiyahan ang iyong anak na ipakita sa iyo na may higit sa isang paraan upang malutas ito.

Kabanata 4 — Mga Pagsisiyasat

— FLOWER PETALS —

IMBESTIGASYON

Sa isang mahiwagang hardin mayroong dalawang uri ng mga bulaklak. Ang isa ay mayroong 4 na petals at ang isa ay may 7 petals. Isang bata ang hiniling na pumili ng ilang mga bulaklak upang ang kabuuang bilang ng mga talulot ay 13. Maaari bang gawin ito? Paano ang tungkol sa 15 petals? Para sa aling mga bilang ng mga petals posible? Para sa mga bilang na posible, magagawa ba ito sa higit sa isang paraan? Halimbawa, 32 petals ay apat na 7 at isang 4, at ito rin ay walong 4's.

Sa pamamagitan ng pagsubok ng maraming mga pares ng mga numero, maraming mga halimbawa upang i-play. Para sa ilang mga pares ng mga numero dumarating ang isang punto kung saan posible ang lahat ng mga bilang ng mga petals, at para sa iba pang mga pares ng mga numero walang ganoong punto. Para sa 4 at 7, ang bawat numero mula 18 hanggang posible. Para sa 3 at 6, walang point pagkatapos na maganap ang lahat ng mga numero.

Ano ang pattern at ano ang lumilikha ng pattern na iyon? Kadalasan ang mga katanungang iyon ay lumalabas, at kung saan maraming mga kagiliw-giliw na bagay ang nangyayari.

Ito ay pinaka madaling makita kung ano ang mangyayari kapag ang ilang numero pantay na hinati sa parehong mga numero. Gumawa ng halimbawa ng 3 at 6. Isipin ang mga numerong ito bilang 1×3 at 2×3 . Kapag idinagdag mo ang mga numerong ito nang magkasama, palagi kang makakakuha ng ilang bilang ng 3. Walang paraan upang magdagdag ng 3 at 6 na magkasama upang makakuha ng 10, sapagkat ang 10 ay hindi isang maramihang 3.

Kung ang 1 ay ang nag-iisang numero na pantay na naghahati sa parehong mga numero, palaging darating ang isang punto kung saan ang bawat numero ay maaaring makamit. Para sa 4 at 7, ang numerong iyon ay 18. Upang mahanap ang numerong iyon, ibawas ang 1 mula sa bawat isa sa mga numero sa pares at i-multiply ang mga bagong numero. Sa kasong ito, nagbibigay iyon ng $3 \times 6 = 18$. Ang isa pang kagiliw-giliw na facet ng sitwasyong ito ay ang eksaktong kalahati ng mga numero sa ibaba 18 ay maaabot. Bakit ito gumagana tumatagal ng ilang matematika ng medyo sopistikado para sa isang maliit na bata; gayunpaman, nakakatuwang laruin ang mga kalkulasyong ito at ang mga karanasan ng iyong anak sa mga pattern na ito ay maaaring biglang mag-click sa lugar sa paglaon.

— MGA HAKBANG SA PAG-CLIMBING — IBA ANG PARAAN —

IMBESTIGASYON

Ipagpalagay na ang iyong anak ay nais na gumawa ng mga hakbang ng paisa-isa paminsan-minsan, ngunit paisa-isa pang iba pang mga oras. Kung nais ng iyong anak na gumawa ng ilang mga hakbang, isang natural na katanungan ay: Gaano karaming mga paraan magagawa ito?

Halimbawa, para sa 0 mga hakbang mayroong isang paraan lamang - nakatayo ka lang doon. Para sa 1 hakbang mayroong isang paraan - gumawa ka ng isang solong hakbang. Para sa dalawang hakbang, maaari kang gumawa ng alinmang dobleng hakbang o dalawang solong hakbang.

Dapat maingat na bilangin ng iyong anak ang maraming mga kaso nito at gumawa ng isang talahanayan ng mga resulta. Kapag maraming impormasyon, madalas na makakatulong ang isang talahanayan na ayusin ang impormasyon at payagan ang mga pattern na tumayo. Magiging ganito ang talahanayan (okay, lampas sa 6 ay maaaring mangailangan ng labis na pasensya, ngunit narito ang mga numero):

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Matapos tingnan ang mga numerong ito, maaaring mapansin ng iyong anak na ang bawat pares ng magkakasunod na numero ay nagdaragdag sa susunod na numero. Bakit nangyari ito? Ang mga numerong ito ay tinatawag na Mga Numero ng Fibonacci. Ang panuntunan para sa paglikha ng opisyal na Mga Numero ng Fibonacci ay ang bawat numero ay ang kabuuan ng nakaraang dalawa. Nangyayari din ito para sa mga hakbang. Hmmm ...

Tingnan natin nang mabuti ang isang halimbawa - sabihin ng 5 mga hakbang. Ang 8 posibilidad ay: $1 + 1 + 1 + 1 + 1$, $1 + 1 + 2 + 1$, $1 + 2 + 1 + 1$, $2 + 1 + 1 + 1$, $2 + 2 + 1$, $1 + 1 + 1 + 2$, $1 + 2 + 2$, at $2 + 1 + 2$. Ang unang 5 posibilidad ay gumagamit ng 1 para sa huling paglipat, at ang huling 3 posibilidad na gumagamit ng 2 para sa huling paglipat. Ipinapaliwanag nito - maaari kang umakyat ng 5 mga hakbang sa pamamagitan ng alinman sa pag-akyat ng 4 na mga hakbang at pagkuha ng 1 pang hakbang, o sa pamamagitan ng pag-akyat ng 3 mga hakbang at pag-akyat ng 2 pang mga hakbang. Ang bilang ng mga paraan ng pag-akyat ng 5 mga hakbang ay eksaktong katumbas ng kabuuan ng bilang ng mga paraan ng pag-akyat ng 4 na mga hakbang kasama ang bilang ng mga paraan ng pag-akyat ng 3 mga hakbang.

Ang mga pattern ay madalas na nauunawaan sa pamamagitan ng matiyagang pagdaan sa mga halimbawa, pag-aayos ng data, pagtingin nang mabuti sa data, at paghuhukay ng mga paliwanag kung bakit nangyayari ang mga bagay sa paraang ginagawa nila. Ito ay isang mabuting ugali na mabuo sa iyong anak.

— BALANCE SCALE —

IMBESTIGASYON

Ang isang scale ng balanse ay isang simpleng aparato para sa pagsasabi kung kailan ang dalawang bagay ay may eksaktong eksaktong timbang. Ang sukat ay karaniwang ibinibigay sa isang hanay ng mga timbang na ginagamit upang masukat ang bigat ng iba pang mga bagay. Maraming mga kagiliw-giliw na pagsisiyasat na magagawa mo kung pipigilan mo ang mga timbang na pinapayagan kang gamitin.

Isang Uri ng Timbang: Ipagpalagay na mayroon kang maraming mga timbang, ngunit lahat sila ay pareho - sabihin nating, 5 mga yunit. Pagkatapos ang mga bagay na maaari mong timbangin eksakto ay mga bagay na isang maramihang 5 (tulad ng laktawan ang pagbibilang ng 5).

Dalawang Mga Uri ng Timbang — Isang Gilid: Ipagpalagay na mayroon kang maraming mga timbang na alinman sa 4 na mga yunit o 7 na mga yunit at ginagamit mo lamang ang mga ito sa isang bahagi ng balanse. Ang mga bagay na maaari mong timbangin ay ang parehong mga numero na iyong natagpuan sa pagsisiyasat ng talulot ng bulaklak. Para sa 4 at 7, simula sa 18 mga yunit maaari mong timbangin nang eksakto ang lahat. Kung ang mga timbang ay 4 na yunit at 6 na yunit, maaari mo lamang timbangin ang mga bilang na nagsisimula sa 4.

Dalawang Mga Uri ng Timbang - Parehong Mga panig: Matapos gawin ang pagsisiyasat na may dalawang uri ng timbang sa isang gilid, maaaring magulat ang iyong anak kung tatanungin mo sila upang timbangin ang isang item na 3 yunit, o kahit isang item na 1 yunit, na may 4 at 7 na. Ang bilis ng kamay ay upang ilagay ang ilang mga timbang sa isang gilid at iba pang mga timbang sa kabilang panig. Halimbawa, i-verify ang isang item na may bigat na 3 mga yunit sa pamamagitan ng paglalagay nito ng isang 4-yunit na timbang at tingnan na nagbabalanse ito sa isang timbang na 7-unit. Katulad nito, i-verify ang isang item na may bigat na 1 yunit sa pamamagitan ng paglalagay nito ng isang 7-yunit na bigat at makita na nagbabalanse ito ng dalawang 4 na yunit na bigat.

Mayroong isang mahalagang teorya sa matematika na tinatawag na Thezema ng Bezout na nakatago sa pagsisiyasat na ito. Hindi kailangang malaman ng iyong anak ang tungkol sa teoryang iyon sa puntong ito, ngunit hindi ba cool na ang isang bata ay maaaring maglaro kasama ang mga advanced na matematika!

Mga Doble na Timbang: Ano ang mangyayari kung mayroon kang isang timbang bawat isa para sa bawat isa sa mga timbang sa pagdoble na pag-unlad na 1, 2, 4, 8, at 16? Gaano karaming mga paraan maaari mong timbangin ang isang bagay na may bigat na 13? Ano ang pinakamalaking timbang na masusukat mo?

Pagkatapos ng ilang pagsisiyasat, malalaman mo na maaari mong timbangin ang lahat hanggang sa isang mas mababa sa doble ng pinakamataas na timbang - sa kasong ito na 31. Gayundin, ang bawat item na maaari mong timbangin ay maaari lamang timbangin sa isang paraan - halimbawa, $13 = 1 + 4 + 8$, at walang ibang paraan upang magawa ito. Medyo astig! Ang sitwasyong ito ay nauugnay sa binary number system.

Mga Timbang ng Fibonacci: Ano ang mangyayari kung ang mga timbang ay nasa Mga Numero ng Fibonacci? Mayroon bang higit sa isang paraan upang timbangin ang ilang timbang? Humanap ng isang paghihigpit na maaaring maging sanhi ng pagkakaroon lamang ng isang paraan para sa bawat timbang.

Ipagpalagay na mayroon kang bawat isa para sa mga timbang 1, 1, 2, 3, 5, 8, at 13. Sa pamamagitan nito, $10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 8 = 1 + 1 + 3 + 5 = 1 + 1 + 8$. Ano ang sanhi ng pagdoble ay ang panuntunang Fibonacci lumilikha ng higit sa isang paraan upang isulat ang mga numero ng Fibonacci sa mga tuntunin ng kanilang sarili - halimbawa, $2 = 1 + 1$ at $8 = 5 + 3$. Ang paraan upang ayusin ang problemang ito ay upang iginiit na hindi mo maaaring gamitin ang dalawang mga numero ng Fibonacci na kapitbahay ng bawat isa sa pagkakasunud-sunod. Kapag idinagdag mo ang paghihigpit na iyon, ang tanging paraan upang makakuha ng 10 may $2 + 8$.